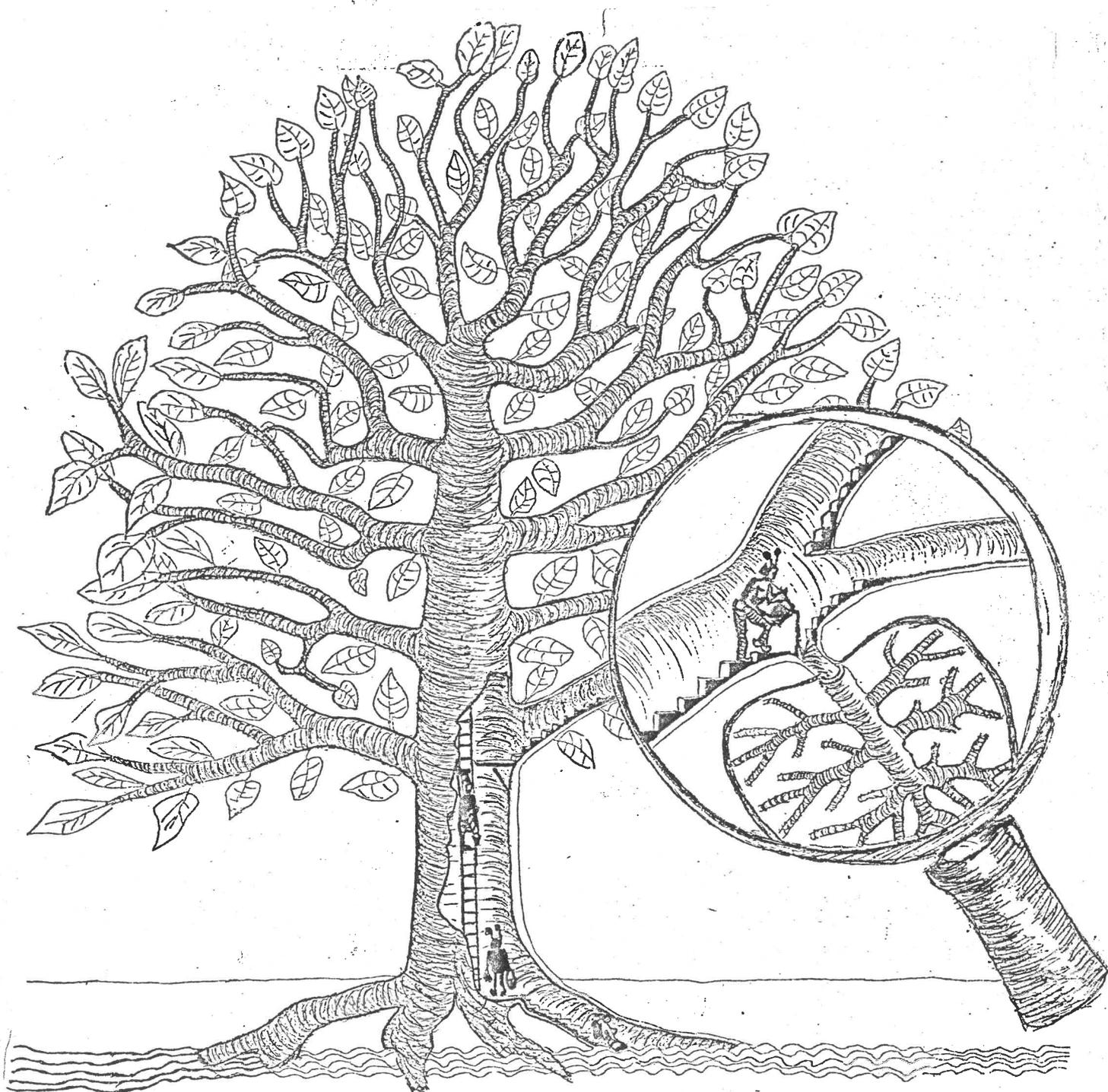


Physikalische Untersuchungen zum Wassertransport in Pflanzen



Staatsexamensarbeit
Dieter Plappert

Institut für Didaktik der Physik der Universität Karlsruhe

Oktober 1975

Inhaltsverzeichnis

0. Einleitung	1
1. Welche Mechanismen kommen für die Wasserversorgung von Pflanzen in Frage?	2
1.1. Kapillarität	3
1.2. Diffusion und Osmose	7
1.3. Wassertransport durch Pumpen	11
2. Kann es in Wasser negativen Druck geben?	17
3. Das Verdunsten von Wasser an den Blättern der Pflanzen	25
3.1. Das Verdunsten	25
3.2. Das isochore Verdampfen	31
3.3. Ein Modell zur Berechnung des negativen Druckes, der in Pflanzen durch Verdunsten von Wasser entsteht.	34
3.4. Eine mögliche Anwendung des Wassertransportmechanismus von Pflanzen	41
4. Zusammenfassung	43
5. Anhang	
5.1. Das chemische Potential idealer Gase	44
5.2. Das chemische Potential von Flüssigkeiten	46
6. Literaturangaben und Quellenverzeichnis	47

0. Einleitung

Aus historischen Gründen werden an unseren Schulen die Naturwissenschaften in verschiedenen Fächern unterrichtet. In "Biologie", "Chemie", "Physik" und "Geographie" wird die Natur auf verschiedene Weisen beschrieben. Daß es sich dabei aber immer um dieselbe Natur handelt, ist oft nicht zu erkennen und wird auch oft den Schülern nicht klar. Von Zeit zu Zeit sollten deshalb im Unterricht Fragen behandelt werden, die mehrere dieser Fächer überspannen. Ein Beispiel dieser Art ist der Wassertransport in Pflanzen. Er ist ein Vorgang, der weder von der "Physik" noch von der "Biologie" allein vollständig beschrieben und verstanden werden kann. In dieser Arbeit soll besonders auf die physikalischen Aspekte dieses Transports eingegangen werden, insbesondere auf den Verdampfungsprozess in den Blättern. Teile dieser Arbeit lassen sich im Physikunterricht der Oberstufen von Gymnasien verwenden. Dabei kann der Lehrer physikalischen Unterrichtsstoff wiederholen, der in anderen Zusammenhängen auftrat, nämlich:

Strömungen und Pumpen, Diffusion und Osmose, Oberflächenenergie und Kapillarität und die Thermodynamik des Verdampfungsprozesses.

Solche, an sich komplexen Probleme bergen die Möglichkeit die Schüler über Fragen aus ihrer Umgebung nachdenken zu lassen und den im Unterricht gelernten Stoff als zur Lösung konkreter Fragen geeignet zu erkennen. Das gibt dem Physikunterricht einen greifbareren Sinn als das bloße Lernen des physikalischen Standardwissens.

Das auffallende Problem am Wassertransport in Pflanzen ist der Transport über weite Strecken und besonders in große Höhen, nämlich bis in die Krone hoher Bäume.

Welcher Mechanismus wirksam ist, um das Wasser in so große Höhen zu transportieren, wollen wir in der vorliegenden Arbeit untersuchen.

1. Welche Mechanismen kommen für die Wasserversorgung von Pflanzen in Frage?

Wasser ist für Pflanzen ein unentbehrlicher Stoff. Es wird zum Aufbau der Zellen und Zellwände benötigt (der Wasseranteil an der Gesamtmasse der Pflanze beträgt zwischen 60 und 90%), ferner als Medium, in dem die den Lebensprozess der Pflanzen darstellenden chemischen Reaktionen ablaufen und schließlich bei der Photosynthese, die aus Wasser und Kohlenstoffdioxid (CO_2) Traubenzucker herstellt. Auch werden die Nährstoffe, die die Pflanzen zum Wachstum benötigen, aus der Umgebung in wässriger Lösung aufgenommen und in der Pflanze transportiert. Für diesen Transport besitzen fast alle Pflanzen ein Leitungssystem, das aus vielen dünnen Röhren besteht, die ohne Unterbrechung von der Wurzel bis zu den Blättern reichen. Bis zu 90% des von den Pflanzen aufgenommenen Wassers wird von den Blättern verdunstet. Das meiste Wasser wird also bis zu den höchsten Stellen der Pflanzen transportiert.

Zunächst diskutieren wir einige physikalische Mechanismen, die, auf den ersten Blick, den Wassertransport in Pflanzen verursachen könnten.

1.1. Kapillarität

Eine weitverbreitete Meinung ist, daß die Kapillarität für den Wassertransport in Pflanzen verantwortlich ist. Kapillarität nennt man die Erscheinung, daß Wasser in dünnen Röhren, den Kapillaren, "von allein" in die Höhe steigt. Dieser Effekt wird durch die verschiedenen Oberflächen- und Grenzflächenenergien der beteiligten Stoffe verursacht. Oberflächenenergie ist die Energie, die einem System zugeführt werden muß, um dessen Oberfläche zu vergrößern. Die Oberflächenenergie ist proportional der Vergrößerung der Oberfläche, wenn dabei alle anderen Variablen konstant gehalten werden, so daß

$$dE = \sigma dA .$$

Hierbei ist dE die Energie, die einem Stoff zugeführt werden muß, um seine Oberfläche um dA zu vergrößern. Die Variable σ heißt die Oberflächenspannung der Substanz. Sie ist eine für den Stoff charakteristische Größe, deren Wert von der Temperatur abhängt. Grenzt ein Medium an ein anderes, hängt σ von beiden Medien ab. Die "Oberfläche" ist dann die Grenzfläche zwischen beiden Medien. Entsprechend ist die Oberflächenenergie die Grenzflächenenergie und die Oberflächenspannung die Grenzflächenspannung. Es gibt Stoffkombinationen, etwa Öl und Wasser, für die es energetisch günstiger ist, wenn die gemeinsame Grenzfläche der Stoffe möglichst groß ist. Energetisch günstig heißt hierbei, daß das aus beiden Stoffen bestehende System Energie abgibt, wenn die Grenzfläche vergrößert wird. Die Grenzflächenspannung ist dann negativ. Benetzende Flüssigkeiten sind andere Beispiele derartiger Stoffkombinationen (z.B. Wasser und Glas). Für Stoffkombinationen, deren Grenzflächenspannung positiv ist, ist es energetisch günstiger, eine möglichst kleine gemeinsame Grenzfläche zu haben. Solche Stoffkombinationen werden nichtbenetzend genannt. Ein Beispiel hierfür ist Quecksilber und Glas oder oft auch Wasser und Glas, wenn die Oberfläche des Glases durch Verunreinigungen "wasserabstoßend" wird (z.B. durch einen Silikonfilm). Das Wasser bildet dann kugelförmige Tropfen auf dem Glas. In dünnen Röhren steigen benetzende Flüssigkeiten in die

Höhe. Die Steighöhe von Flüssigkeiten in Röhren, die von der Flüssigkeit vollständig benetzt werden, d.h. die ganz mit einem Flüssigkeitsfilm überzogen sind, wollen wir nun berechnen. Dazu betrachten wir ein Rohr, das in eine voll-

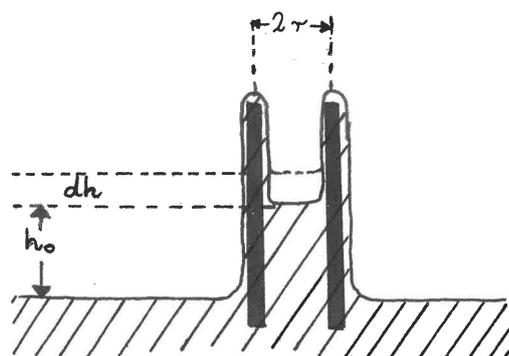


Abb 1.1

ständig benetzende Flüssigkeit gestellt ist (Abb 1.1). Die Grenzfläche zwischen Flüssigkeit und Rohr ist maximal, wenn das Rohr ganz mit einem Flüssigkeitsfilm überzogen ist. Dann ist aber auch die Flüssigkeitsoberfläche maximal. Deshalb ist es energetisch günstiger, wenn die

Flüssigkeit im Rohr emporsteigt und dabei die Flüssigkeitsoberfläche verkleinert. Das kann sie aber nur, wenn das Rohr hinreichend dünn ist, da das Gravitationsfeld der Erde dem Emporsteigen entgegenwirkt. Das Gleichgewicht stellt sich deshalb bei der Steighöhe ein, bei der es mehr Energie kostet, die Flüssigkeit um dh zu heben, als gleichzeitig beim Verkleinern der Flüssigkeitsoberfläche an Energie abgegeben wird.

Wenn die Flüssigkeit vollständig benetzt und Energie nur in Form von Oberflächenenergie und Verschiebungsenergie im Gravitationsfeld austauschen kann, dann gilt

$$(1.1) \quad dE = \epsilon dA + mgdh .$$

Bei einem zylindrischen Rohr ist $dA \approx -2\pi r dh$ (Abb 1.1), denn die Änderung der Flüssigkeitsoberfläche ist etwa gleich dem Rohrumfang multipliziert mit der Höhenänderung. Das Vorzeichen ist negativ, da beim Steigen der Flüssigkeit die Flüssigkeitsoberfläche verkleinert wird. Weiter ist $m = \rho \pi r^2 h$, wobei ρ die Flüssigkeitsdichte, r der Rohrradius und h die Höhe der Wassersäule ist. In (1.1) eingesetzt, erhält man für den Gleichgewichtszustand, den Zustand minimaler Energie

$$(1.2) \quad dE = -2\epsilon \pi r dh + \rho g \pi r^2 h dh = 0 .$$

Für die Steighöhe im Gleichgewicht folgt

$$(1.3) \quad h = \frac{2\epsilon}{\rho g r} .$$

Die Steighöhe ist um so größer, je größer die Oberflächen-

spannung der Flüssigkeit und je kleiner Dichte der Flüssigkeit und Radius des Rohres sind. Dies gilt jedoch nur, solange die Flüssigkeit das Rohr benetzt, denn mit größer werdender Oberflächenspannung der Flüssigkeit kann die Grenzflächenspannung Werte annehmen, bei denen die Flüssigkeit das Rohr nicht mehr benetzt. Unsere Herleitung gilt also nur für benetzende Stoffkombinationen.

Da die Leitungsrohre der Pflanzen Kapillaren sind (ihr Radius beträgt ungefähr 50μ), und da sie von Wasser benetzt werden, steigt das Wasser in ihnen empor. Die Steighöhe können wir mit (1.3) berechnen. Sie beträgt etwa 30 cm, wobei folgende Zahlenwerte benutzt wurden,

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = 72,5 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}, \quad g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \quad r = 50 \mu.$$

Wir sehen, daß die Kapillarität für das Emporsteigen des Wassers in hohen Pflanzen keine Bedeutung haben kann. Daß die Kapillarität als Ursache des Wassertransports überhaupt nicht in Frage kommen kann, selbst wenn die Leitungsrohre wesentlich kleinere Durchmesser hätten, wollen wir als nächstes zeigen.

Um in einer Kapillare dauernd Wasser in die Höhe zu transportieren, muß das Wasser die Kapillare am oberen Ende verlassen. Dazu muß Energie zugeführt werden, denn würde dieser Vorgang keine Energie kosten, könnte man ein Perpetuum mobile konstruieren: Das in einer Kapillaren in

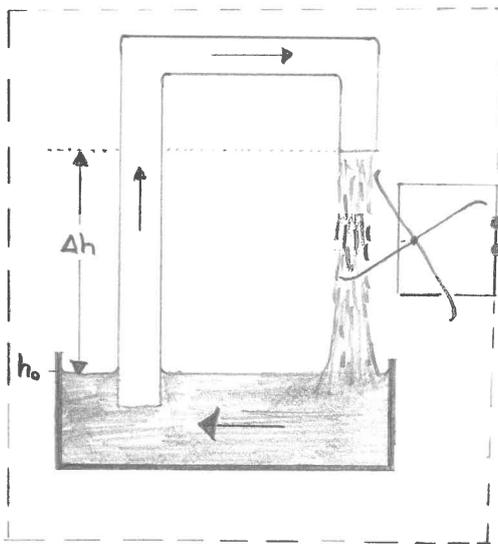


Abb 1.2

die Höhe steigende Wasser wird ohne Energieaufwand in der Höhe $h_0 + \Delta h$ aus der Kapillare entnommen und dem um Δh tiefer liegenden Becken über eine Turbine zugeleitet. Die Turbine betreibt einen Generator, der elektrische Energie abgibt (Abb 1.2). Mit dieser Anordnung wird dauernd Energie abgegeben, ohne daß dabei die Energie des Systems Wasser-Kapillare abnimmt. Das wider-

spricht dem Energieerhaltungssatz. Um einer Kapillare in der Höhe $h_0 + \Delta h$ Wasser zu entnehmen muß deshalb genausoviel Energie aufgewendet werden, wie man benötigt, dieselbe Wassermenge im Gravitationsfeld um Δh zu heben (Reibungseffekte werden vernachlässigt).

Ein Beispiel für das Zusammenspiel von Kapillarität und Energiezufuhr beim Transport durch die Kapillare ist der Transport von Wachs im Docht einer Kerze. Infolge der Kapillarität steigt das flüssige Wachs im Docht in die Höhe. Ein Transport wird daraus aber nur deshalb, weil am oberen Ende des Dochtes die Temperatur so hoch ist, daß das Wachs dort verdampft und an der Luft verbrennt (oxidiert). Bei dieser chemischen Reaktion der Verbrennung wird Energie frei, von der ein Teil verwendet wird, um das Wachs zu verdampfen und es aus dem Docht zu lösen.

Kapillarität allein kann also niemals die Ursache eines Transportes sein. Sie kann nur dafür verantwortlich sein, daß Flüssigkeiten in Kapillaren emporsteigen. Der Wassertransport in Pflanzen muß deshalb andere Ursachen haben.

1.2. Diffusion und Osmose

Die Diffusion ist ein anderes Phänomen, das oft für den Wassertransport in Pflanzen verantwortlich gemacht wird. In Mischungen fester, gasförmiger oder flüssiger Stoffe hat jede Komponente, d.h. jede unabhängige Teilchensorte, ein chemisches Potential. Das chemische Potential einer Teilchensorte gibt an, wieviel Energie man benötigt, ein Teilchen dieser Teilchensorte zu erzeugen. Das chemische Potential hängt außer von der Temperatur, dem Druck und der chemischen Umgebung, in der sich die Teilchen befinden, von der Teilchenkonzentration ab. Zwei mehrkomponentige Systeme, die Teilchen frei austauschen können, sind im Gleichgewicht, wenn das chemische Potential jeder austauschenden Komponente in beiden Systemen denselben Wert hat. Ist der Wert des chemischen Potentials einer frei austauschenden Teilchensorte in einem System größer als in dem anderen, setzt ein Diffusionsstrom von dem einen System in das andere ein. Dieser Teilchenstrom ist so gerichtet, daß die Differenz des chemischen Potentials der Teilchen beider Systeme verkleinert wird. Durch Diffusion können Teilchen selbst gegen einen Druckgradienten transportiert werden, wenn die Unterschiede des chemischen Potentials genügend groß sind. Hierfür ist die Osmose ein Beispiel. Sie soll an der "Pfefferschen Zelle" veranschaulicht werden (Abb 1.3).

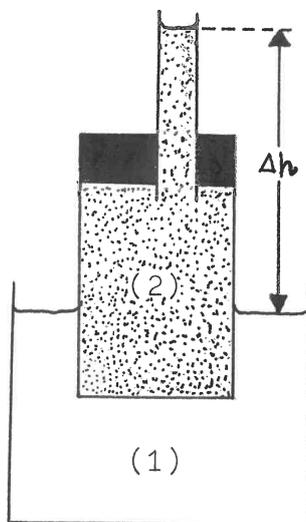


Abb 1.3

Reines Wasser (1) wird von einer Zuckerlösung (2) durch eine besonders behandelte Tonschicht getrennt, die nur Wasserteilchen, nicht aber Zuckerteilchen ungehindert passieren läßt. Da das chemische Potential des reinen Wassers größer ist als das der Wasserteilchen in der Zuckerlösung, diffundieren Wasserteilchen so lange nach (2), bis das chemische Potential des Wassers in beiden Systemen denselben Wert hat.

Durch die Vergrößerung der Teilchenzahl in (2) wird dort der Druck vergrößert. Der Druckunterschied zwischen dem reinen Wasser und der Zuckerlösung läßt sich aus der Steighöhe der Zuckerlösung in dem an (2) angebrachten Steigrohr bestimmen. Diese Druckdifferenz nennt man den osmotischen Druck. Den osmotischen Druck können wir berechnen durch

$$(1.4) \quad \Delta p = \frac{kT}{v_0} x_z .$$

Hierbei bedeutet v_0 das molare Volumen (=reziproke Teilchendichte) der Lösung und $x_z = \frac{N_z}{N}$ den Molenbruch des gelösten Zuckers, wobei N_z die Zahl der Zuckerteilchen und N die Gesamtzahl aller Teilchen der Lösung ist. Der Molenbruch x_z ist ein Maß für die Konzentration der Zuckerlösung. Diese Beziehung gilt nur für verdünnte Lösungen, in denen sich die gelösten Stoffe wie ideale Gase verhalten, in denen wir also die Wechselwirkungen zwischen den gelösten Teilchen vernachlässigen können. (1.4) besagt, daß der osmotische Druck Δp verdünnter Lösungen von der Temperatur T , der Teilchendichte $\frac{1}{v_0}$ und dem Molenbruch x_z des gelösten Stoffes abhängt, wobei die Natur des gelösten Stoffes auf die Größe des osmotischen Druckes keinen Einfluß hat.

Die Osmose ist eine wichtige Erscheinung für das Leben

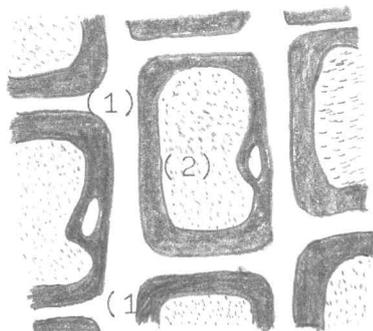


Abb 1.4.

der Pflanzen und Tiere. Der Aufbau der Pflanzenzelle ist direkt mit dem der "Pfefferschen Zelle" vergleichbar (Abb 1.4). Der Zellsaft (2), der aus Wasser mit gelösten organischen Molekülen besteht, ist durch eine semipermeable Membran vom Außenbereich, der Zellwand, getrennt. Das Wasser

kann die Zellwände leicht durchdringen. Durch den osmotischen Druck innerhalb der Zelle, erhält diese ihre Formstabilität, und bei Wasserverlust, wie sie durch das Verdunsten von Wasser aus der Zelle entstehen können, diffundiert reines Wasser aus den Zellwänden (1) nach. Im Abschnitt 3.3. werden wir hierauf näher eingehen.

Daß der Wassertransport in Pflanzen nicht durch Diffusion oder Osmose verursacht sein kann, wollen wir an folgendem Beispiel zeigen. Eine "Pfeffersche Zelle" wird zu einer

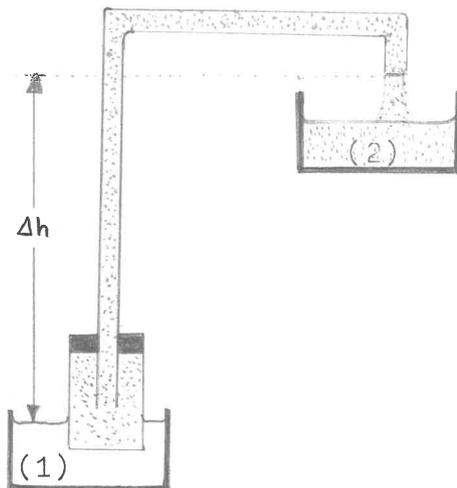


Abb 1.5

Flüssigkeitspumpe, wenn ihre Zuckerkonzentration so groß ist, daß die Gleichgewichtshöhe größer ist als die Höhe des Steigrohres. Die Zuckermischung fließt dann bei (2) in einen Behälter (Abb 1.5). Mit dieser Anordnung wird zwar Flüssigkeit von (1) nach (2) transportiert, jedoch kein reines Wasser sondern Zuckermischung. Um mit dieser Anordnung dauernd Flüssigkeit zu

transportieren, muß die Konzentration in der "osmotischen Zelle" konstant gehalten werden, obwohl die Zelle mit dem transportierten Wasser Zucker verliert. Diesen Zucker muß man durch neuen Zucker ersetzen. Durch diesen Zuckereinstrom wird laufend Energie in Form von chemischer Energie zugeführt. Die Zuckerkonzentration und somit die Differenz des chemischen Potentials bleiben erhalten. Dies führt zu einem steten Diffusionsstrom. Da an den Blättern der Pflanze keine Zuckermischung sondern reines Wasser an die Umgebung abgegeben wird, kann die Diffusion, wie sie in dem obigen Modell beschrieben wird, nicht die Ursache des Wassertransportes in Pflanzen sein. Bringt man am oberen Ende des Steigrohres in Abb 1.5 eine weitere, nur für Wasser, und nicht für Zucker durchlässige semipermeable Membran an, erwarten wir, daß dort reines Wasser austritt. Wie bei der Kapillarität läßt sich aber auch hier zeigen, daß wir mindestens genauso viel Energie aufwenden müssen um eine bestimmte Menge reinen Wassers aus dem Rohr zu entnehmen, wie wir benötigen, um dieselbe Menge Wasser im Gravitationsfeld um Δh zu heben. Auch bei einer solchen Anordnung ist die Diffusion oder die Osmose nur die Ursache für das Emporsteigen von Wasser in Röhren, nicht aber für den Wassertransport. Bei einigen Baumarten scheint

die Osmose im Frühjahr dafür verantwortlich zu sein, daß Wasser in Bäumen emporsteigt.

1.3. Wassertransport durch Pumpen

Bisher haben wir zwei Ursachen für das Emporsteigen von Wasser in Röhren betrachtet, die beide aber für den Wassertransport nicht in Betracht kommen, da der zur Aufrechterhaltung des Transports benötigte Energielieferant fehlt. Im weiteren wollen wir zunächst den Begriff "Transport" näher beleuchten.

Transporte sind Vorgänge, bei denen Systeme Teilchen austauschen und dabei die Teilchenzahl eines Systems zu- und die eines anderen abnimmt. Es werden Teilchen aus einem System in ein anderes transportiert. Damit Transporte dauernd aufrechterhalten bleiben, muß von "außen" Energie zugeführt werden, denn Transporte kosten im allgemeinen Energie. Für den Wassertransport in Pflanzen benötigt man aus zwei Gründen Energie,

1. weil die potentielle Energie des Wassers im Schwerfeld der Erde beim Transport vergrößert wird und
2. weil beim Transport Energie dissipiert wird.

Als Dissipation bezeichnen wir einen Vorgang, bei dem die einem System als Nicht-Wärme zugeführte Energie nur in Form von Wärme wieder abgegeben werden kann. Die Ursache der Dissipation ist die Erzeugung von Entropie. Bei allen Transporten, bei denen Reibungseffekte auftreten, wird Entropie erzeugt und somit Energie dissipiert. Der Betrag der dissipierten Energie ist das Produkt aus der erzeugten Entropie ΔS und der Temperatur T , bei der die Entropie erzeugt wird. Es gilt also

$$\text{dissipierte Energie} = T \Delta S_{\text{erzeugt}}$$

In Pflanzen wird durch Reibung des Wassers während des Transports Energie dissipiert. Dies können wir daran erkennen, daß wir auch für den Wassertransport in horizontalen Röhren Energie benötigen. Die für diesen Transport benötigte Energie entspricht der beim Transport dissipierten Energie. Sie wird dem Wasser normalerweise durch Pumpen zugeführt.

Im folgenden wollen wir abschätzen, wie groß der Anteil der dissipierten Energie an der Energie ist, die für den Wassertransport in Pflanzen benötigt wird.

Dazu beschreiben wir den Transport durch die pro Zeiteinheit transportierten Größen, die Ströme. So ist $\frac{dE}{dt}$ ein Energiestrom, $\frac{dN}{dt}$ ein Teilchenstrom und $\frac{dS}{dt}$ ein Entropiestrom. Die Erhaltung der Energie wird in stationären Strömungen durch die Bernoulligleichung beschrieben. Sie besagt, daß in stationären Strömungen, in denen keine Teilchen erzeugt werden, die molare Enthalpie, d.h. die Enthalpie pro Teilchen des strömenden Mediums konstant ist, wenn der Strömung keine Energie von "außen" zugeführt wird. In formelmäßiger Darstellung lautet dieser Satz:

$$(1.5) \quad h(x) = h(x') = \text{const},$$

hierbei sind $h(x)$ und $h(x')$ die molaren Enthalpien des strömenden Mediums an den Stellen x und x' . Die molare Enthalpie an einer Stelle x ist gegeben durch

$$(1.6) \quad h(x) = e(x) + p(x)v(x),$$

wobei $e(x)$ die molare Energie, $v(x)$ das molare Volumen und $p(x)$ der Druck der Strömung an der Stelle x ist. Wird die molare Energie des strömenden Mediums e als Summe der kinetischen Energie $e_{\text{kin}} = \frac{m}{2} w^2$ und der molaren inneren Energie e_0 dargestellt, wobei die molare innere Energie e_0 gleich der molaren Energie e des strömenden Mediums bei der Geschwindigkeit $w = 0$ ist, d.h. $e_0 = e(w = 0)$, dann lautet die Bernoulligleichung

$$(1.7) \quad \frac{m}{2} w^2 + e_0 + pv = \text{const};$$

m ist die molare Masse und w die Geschwindigkeit der Strömung.

Da beim Wasserstrom in Pflanzen Massen gegen das Gravitationsfeld der Erde transportiert werden, findet ein Energieaustausch der Strömung mit dem Gravitationsfeld der Erde statt, bei dem die Strömung Energie nach "außen", nämlich an das Gravitationsfeld abgibt. Wird dieser Energieaustausch berücksichtigt, hat die Bernoulligleichung die Form

$$(1.8) \quad \frac{m}{2} w^2 + e_{\text{pot}} + e_0 + pv = \text{const},$$

wobei e_{pot} die molare potentielle Energie des strömenden Mediums im Gravitationsfeld der Erde ist.

Betrachten wir nun die Strömung an zwei verschiedenen Stellen x und x' und nehmen wir zur Vereinfachung an, daß die Geschwindigkeit der Strömung w und das molare Volumen des strömenden Mediums v in der Strömung konstant bleiben, dann folgt aus (1.8)

$$(1.9) \quad \Delta e_{\text{pot}} + \Delta e_o + v\Delta p = 0,$$

mit $\Delta e_{\text{pot}} = e_{\text{pot}}(x) - e_{\text{pot}}(x')$, $\Delta e_o = e_o(x) - e_o(x')$ und $\Delta p = p(x) - p(x')$.

Nehmen wir weiter an, daß die beim Transport dissipierte Energie nicht nach außen abgegeben wird, dann erhöht sich die innere Energie um den Betrag der beim Transport des inkompressiblen Mediums dissipierten Energie. Somit ist die für den Transport eines Teilchens benötigte Energie gegeben durch

$$(1.10) \quad \Delta e_{\text{pot}} + \Delta e_o = -v\Delta p.$$

Δe_{pot} , die zur Vergrößerung der potentiellen Energie beim Verschieben der Masse m um Δz im Gravitationsfeld der Erde benötigt Energie, ist

$$(1.11) \quad \Delta e_{\text{pot}} = mg\Delta z,$$

wobei g die Gravitationsbeschleunigung ist.

Die beim Transport dissipierte Energie wollen wir folgendermaßen abschätzen: Wir betrachten ein horizontales Rohr mit $\Delta e_{\text{pot}} = 0$. Aus (1.10) folgt dann $\Delta e_o = -v\Delta p$. Mit der Hagen-Poiseuille-Gleichung (HPG1) können wir die Druckdifferenz in horizontalen Röhren als Funktion von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit w , dem Radius r und der Rohrlänge Δx errechnen. Die HPG1 beschreibt laminare Strömungen in geraden, runden Röhren. Die Druckdifferenz, die wir an den Enden eines Rohres der Länge Δx und dem Radius r benötigen, damit durch das Rohr ein Teilchenstrom mit der mittleren Geschwindigkeit w strömt, wird gegeben durch

$$(1.12) \quad \Delta p = \frac{8\mu w}{r^2} \Delta x = -\frac{\Delta e_o}{v},$$

wobei μ die Viskosität der Flüssigkeit ist.

Die Energie, die benötigt wird, um ein Teilchen in einem vertikalen Rohr um Δz zu transportieren erhalten wir somit aus

$$(1.13) \quad -v\Delta p = \left(mg + \frac{8\mu W}{r^2} v \right) \Delta z.$$

Das Verhältnis der potentiellen zur Erhöhung der inneren, also der dissipierten Energie ist gegeben durch

$$(1.14) \quad \frac{\Delta e_{pot}}{e_0} = \frac{m g \Delta z}{\frac{8\mu W}{r^2} v \Delta z} = \frac{g}{\frac{8\mu W}{r^2} v} = \frac{\frac{dp_h}{dz}}{\frac{dp_d}{dz}}.$$

$\frac{dp_h}{dz}$ ist der hydrostatische Druckgradient in ruhenden Flüssigkeitssäulen und $\frac{dp_d}{dz}$ der durch die Reibung verursachte Druckgradient. Der hydrostatische Druckgradient von Wasser im Erdfeld beträgt $0,1 \frac{at}{m}$. Den durch Reibung im Wasser verursachten Druckgradienten haben wir für verschiedene Rohrdurchmesser bei verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten mit der HPGI berechnet (Tab 1.1). Als Rohrdurchmesser wurden Werte gewählt, die den bei verschiedenen Baumarten gemessenen Gefäßdurchmessern entsprechen und als Strömungsgeschwindigkeiten die bei maximalem Wassertransport in Bäumen gemessenen Strömungsgeschwindigkeiten.

Baumart	maximale Strömungsgeschw. ($\frac{m}{h}$)	Gefäßdurchmesser (μ)	$\frac{dp_d}{dx}$ bei mittl. Gefäßd. ($\frac{at}{m}$)
Eiche	43,6	200 - 300	0,017
Akazie	28,8	160 - 400	0,014
Balsampappel	6,25	80 - 120	0,013
Silberlinde	3,43	25 - 90	0,011
Rotbuche	1,07	16 - 80	0,048
Lärche	2,1	< 55	0,015

Tab 1.1: Mit der HPGI berechnete Werte für den bei maximaler Strömungsgeschwindigkeit durch Reibung verursachten Druckgradienten in Röhren, deren Durchmesser dieselben Werte haben wie die Leitungsgefäße verschiedener Baumarten.

Die berechneten Werte des durch die Reibung verursachten Druckgradienten sind fast um eine Größenordnung kleiner als der Wert des hydrostatischen Druckgradienten. Da die Leitungsrohre in Pflanzen nicht glatt sind, wird der durch Reibung verursachte Druckgradient in Wirklichkeit wesentlich größer sein als der mit der HPGI berechnete. Die HPGI gilt nur für Strömungen in glatten Röhren.

Wenn wir annehmen, daß der durch Reibung verursachte Druckgradient ebenso groß ist wie der hydrostatische Druckgradient, dann ist der Anteil der dissipierten Energie ebenso groß wie die zur Vergrößerung der potentiellen Energie des Wassers benötigte Energie. So würde eine mittlere Birke, die an einem sonnigen Sommertag etwa 200 l Wasser verdunstet, die Energiemenge 10 Wh benötigen, um das Wasser in eine mittlere Höhe von 10 m zu transportieren. Würde diese Energie der Pflanze durch eine Pumpe zugeführt, die 10 h pro Tag in Betrieb ist, müßte die Pumpe eine Leistung von 1 W haben. Zum Vergleich sei das menschliche Herz angeführt, das eine mittlere Leistung von 1,2 W hat. Wir wollen im weiteren annehmen, daß es in Pflanzen an irgendeiner Stelle eine Pumpe gibt, durch die dem Wasser die gesamte, zum Transport benötigte Energie zugeführt wird. Die Druckdifferenz, die eine solche Pumpe erzeugen muß, folgt aus (1.10)

$$(1.15) \quad p(z') - p(z) = \frac{\Delta e_{\text{pot}}}{V} + \frac{\Delta e_o}{V} ; z' < z .$$

Die Druckdifferenz zwischen der Wurzel und den Blättern eines 50 m hohen Baumes, in dem Wasser bis in die Wipfel transportiert wird, muß größer sein als der hydrostatische Druck in einer 50 m hohen ruhenden Wassersäule, d.h.

$$\Delta p > 5 \text{ at} \quad (\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} ; g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) .$$

Bevor wir untersuchen, was in Pflanzen die Rolle einer Pumpe spielt, wollen wir versuchen die Stelle zu finden, an der die Pumpe wirken muß.

Die Wurzel ist eine mögliche Pumpstelle. Wäre sie eine "biologische Druckpumpe", müßte sie eine Druckdifferenz erzeugen, die den durch (1.15) geforderten Wert hat.

Steht diese Annahme mit unseren Beobachtungen in Pflanzen im Einklang?

Der die Pflanzen durchsetzende Wasserstrom, d.h. die pro Zeiteinheit transportierte Wassermenge, ändert sich im Laufe eines Tages. Morgens wird weniger Wasser transportiert als zur wärmeren Mittagszeit. Da die Leitungsrohre ihren Durchmesser nicht wesentlich verändern können, beruht der veränderte Transport auf der Änderung der Transportgeschwindigkeit des Wassers. Da aber mit steigender Strömungsgeschwindigkeit die Reibungseffekte und

somit die Entropieproduktion zunehmen, muß nach (1.15) die Druckdifferenz am Mittag größer sein als am Morgen. Nach unserer Annahme wird die Druckdifferenz durch die Wurzel erzeugt. Da die Leitungsrohre nur in erster Näherung inelastisch sind, geben sie dem vergrößerten Druck nach, wodurch ihr Durchmesser vergrößert wird. Da in einem Baumstamm viele solche Röhren vorhanden sind, müssen wir bis zur Mittagszeit eine Vergrößerung des Stammdurchmessers beobachten. Tatsächlich ist eine Änderung des Stammdurchmessers im Verlaufe des Tages meßbar, aber sie ist unseren Erwartungen entgegengesetzt:

Der Stammdurchmesser verringert sich mit steigender Außentemperatur, also mit steigender Strömungsgeschwindigkeit des Wassers.

Die Annahme, daß die zum Ferntransport des Wassers in Pflanzen nötige Druckdifferenz durch die Wurzel erzeugt wird, ist falsch.

Als nächstes betrachten wir das obere Ende des Leitungssystems, die Blätter, als eine mögliche Pumpstelle. Die neue Annahme lautet: Ein Blatt ist eine "biologische Saugpumpe", die das Wasser aus der Wurzel emporsaugt. Der Flüssigkeitsdruck in der Wurzel sei gleich dem Atmosphärendruck und in den Blättern so klein, daß (1.15) erfüllt wird. Mit zunehmender Wassertransportgeschwindigkeit muß die Druckdifferenz steigen. Dies bedeutet, daß der Druck an den Blättern verringert wird. Die fast inelastischen Leitungsrohre verringern ihren Durchmesser. Dies stimmt mit den Beobachtungen überein. Damit die durch (1.15) geforderten Druckdifferenzen möglich sind, müssen wir in Kauf nehmen, daß der Druck in den Blättern negative Werte annimmt. Da die Druckdifferenz in einem 50 m hohen Baum größer als 5 at ist, müssen wir an den Blättern mit einem negativen Druck von -4 at rechnen. Die Vorstellung, daß in den Blättern negativer Druck herrscht ist zwar ungewohnt, aber sie erklärt den Wassertransport in Pflanzen.

Im nächsten Kapitel wollen wir untersuchen, ob es in Wasser überhaupt negativen Druck geben kann.

2. Kann es in Wasser negativen Druck geben?

Wenn wir Limonade mit einem Strohhalm trinken, saugen wir mit dem Mund. Der Mund wirkt dabei wie eine Saugpumpe.

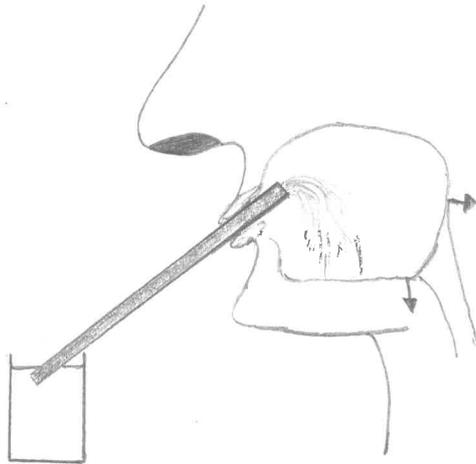


Abb 2.1

Durch das Vergrößern des Mundhohlraumes verkleinern wir den Luftdruck im Mund (Abb 2.1). Dadurch steigt die Druckdifferenz zwischen dem Druck im Mund und dem Außendruck. Ist die Druckdifferenz genügend groß, strömt Limonade aus dem Glas in den Mund. Sie wird durch den größeren Außendruck im Strohhalm

emporgedrückt. Wollen wir Flüssigkeiten in größere Höhen saugen, können wir eine Vakuumpumpe als Saugpumpe verwenden. In Abb 2.2 ist eine Vakuumpumpe am oberen Ende eines Rohres angebracht, die das Gas, das sich über der Flüssigkeit befindet, aus dem Rohr pumpt. Dabei verringert sich der Druck p_i , und die Druckdifferenz $\Delta p = p_a - p_i$ wird vergrößert. Mit einer Vakuumpumpe können bestenfalls alle Gasteilchen aus einem abgeschlossenen Volumen gepumpt werden. Der kleinstmögliche Druck, den wir so erzeugen



Abb 2.2

können, ist der Druck mit dem Wert null. Mit dieser Anordnung können wir also keinen negativen Druck erzeugen. Später werden wir sehen, daß es in Gasen prinzipiell keinen negativen Druck gibt. Mit der Flüssigkeitspumpe in Abb 2.2, können wir Wasser nur 10 m in die Höhe saugen, wenn der Außendruck den Wert $p_a = 1 \text{ at}$ hat.

Da wir annehmen, daß die Blätter von Pflanzen Wasser in den Leitungsrohren emporsaugen, muß im Wasser hoher Pflanzen negativer Druck herrschen. Da es in Gasen keinen negativen Druck geben kann, müssen wir alle Pumpmechanismen ausschließen, bei denen die Gasphase auftritt.

Ob es in Flüssigkeiten negativen Druck gibt, wollen wir mit Hilfe des Gefäßes aus Abb 2.3 überlegen, das

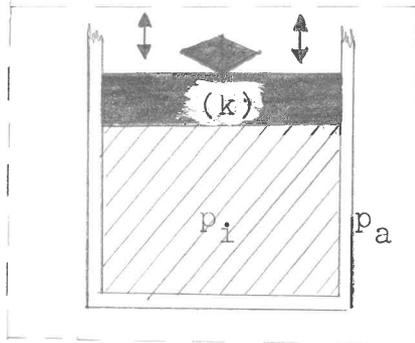


Abb 2.3

mit einer Flüssigkeit gefüllt ist. Mit dem beweglichen Kolben (K) können wir den Druck in der Flüssigkeit verändern.

Drücken wir den Kolben nach unten, steigt der Flüssigkeitsdruck p_i . Lassen wir den Kolben los, stellt sich derselbe Druck ein wie der Außendruck p_a .

Ziehen wir den Kolben nach oben, verringert sich der Flüssigkeitsdruck. Wenn wir annehmen, daß die Flüssigkeit an den Gefäßwänden und am Kolben haftet, dann können wir die Flüssigkeit unter Zugspannung setzen. Der Flüssigkeitsdruck ist dann negativ, da die Kraft, die die Flüssigkeit auf die Gefäßwände und den Kolben ausübt, nach innen gerichtet ist. Bei positivem Flüssigkeitsdruck ist die Kraft auf die Gefäßwände nach außen gerichtet. Die Voraussetzung, die wir machen, um mit dem Kolben einen negativen Flüssigkeitsdruck zu erzeugen ist, daß die Flüssigkeit an den Wänden und am Kolben haften bleibt, selbst wenn wir den Kolben nach oben ziehen. Dabei darf die Flüssigkeit nicht reißen. Sind diese Voraussetzungen sinnvoll, d.h. können wir sie auf irgendeine Weise realisieren?

Wenn die Flüssigkeit von den Wänden oder vom Kolben reißt, wird hierdurch ein Gasvolumen zwischen den Wänden und der Flüssigkeit gebildet. Dieses Gasvolumen besteht aus dem Dampf der Flüssigkeit. Eine Flüssigkeit bildet aber nur unter bestimmten Bedingungen die Gasphase.

Die Van der Waalsgleichung (VdWgl) ist ein gutes Modell für das Verhalten von Substanzen beim Übergang aus der flüssigen in die gasförmige Phase. Wir wollen die VdWgl an dieser Stelle besprechen, damit wir anschließend entscheiden können, wann die Dampfphase in Flüssigkeiten gebildet wird.

Die VdWgl lautet

$$(2.1) \quad \left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = kT,$$

wobei p der Druck, v das Molvolumen (=reziproke Teil-

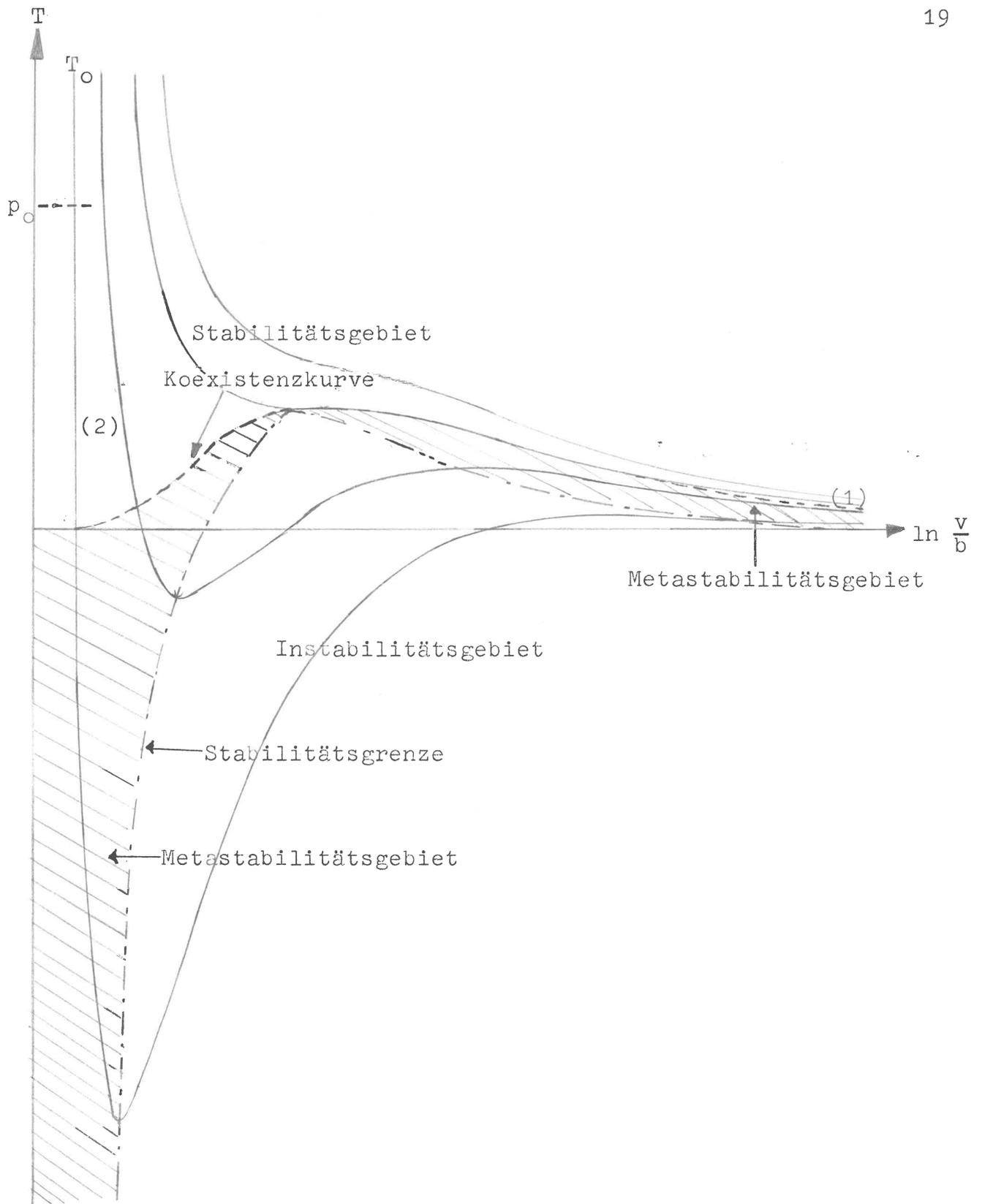


Abb 2.4 Der Druck p in Abhängigkeit des molaren Volumen v bei verschiedenen Temperaturen (aus der VdWgl)

chendichte) und T die absolute Temperatur ist; a und b sind charakteristische Größen der Substanz und k ist die Boltzmannkonstante.

In Abb 2.4 ist der Druck p in Abhängigkeit des molaren Volumens v für verschiedene konstante Temperaturen aufgetragen (Isothermen). Zusätzlich haben wir die Koexistenzkurve und die Stabilitätsgrenze eingezeichnet. Die Koexistenzkurve gibt Zustände der flüssigen und der gasförmigen Phase an, in denen sie im Gleichgewicht nebeneinander existieren können, wenn sie beide dieselbe Temperatur und denselben Druck haben. Den Druck, den beide Phasen im Gleichgewicht haben, nennen wir den Dampfdruck $p(T)$; er hängt allein von der Temperatur ab. Die Stabilitätsgrenze schließt ein Zustandsgebiet ein, dessen Zustände nicht realisiert werden können, da sie instabil sind. Dieses Gebiet nennen wir Instabilitätsgebiet. Zwischen Koexistenzkurve und Stabilitätsgrenze liegt das Metastabilitätsgebiet (schraffiert). Seine Zustände lassen sich unter Einhaltung bestimmter experimenteller Bedingungen realisieren. Oberhalb der Koexistenzkurve liegen die stabilen Zustände der flüssigen (2) und der gasförmigen Phase (1). Den Übergang aus der flüssigen in die gasförmige Phase wollen wir anhand dieses Diagrammes erläutern. Dazu beginnen wir mit der flüssigen Phase der Substanz bei der Temperatur T_0 und dem Druck p_0 . Durch Vergrößern des molaren Volumens v bei konstanter Temperatur T_0 sinkt der Flüssigkeitsdruck. Schneidet die Isotherme die Koexistenzkurve, werden die Zustände der Flüssigkeit metastabil. Es hängt dann von den experimentellen Bedingungen ab, ob und wann die Flüssigkeit in die Dampfphase übergeht. Unabhängig von den experimentellen Bedingungen ist aber, daß die flüssige Phase vor dem Erreichen des Minimums der Isothermen, dem Schnittpunkt mit der Stabilitätsgrenze, in die gasförmige Phase übergehen muß, da die Punkte der Stabilitätsgrenze selbst schon nicht mehr stabil sind. Der Zustand, in dem sich die Gasphase nach dem Phasenübergang befindet, liegt, da der Übergang mit dem Auftreten der zweiten Phase verbunden ist, auf der Koexistenzkurve. Der Verlauf der Isothermen zeigt, daß negativer Druck in Flüssigkeiten prin-

zipiell möglich ist. Da die Zustände der Flüssigkeit mit negativem Druck alle metastabil sind, hängt es von den experimentellen Bedingungen ab, ob ein negativer Druck in Flüssigkeiten realisiert werden kann. In Abb 2.4 sind die Isothermen von Wasser aufgetragen, wobei die Temperatur $T_0 = 290 \text{ K}$ ist. Der minimale Wert des Druckes dieser Isothermen beträgt -1077 at . Abb 2.4 zeigt weiterhin, daß alle Zustände in denen Gase stabil oder metastabil sind, über der Druck-Nulllinie liegen. In Gasen kann es also keinen negativen Druck geben.

Als nächstes wollen wir untersuchen, welche Bedingungen eingehalten werden müssen, damit in Wasser ein negativer Druck erzeugt werden kann. Dazu betrachten wir wieder den mit Wasser gefüllten Kolben aus Abb 2.3. Wir hatten uns überlegt, daß ein dampfgefülltes Gasvolumen entsteht, wenn die Flüssigkeit von den Wänden oder vom Kolben abreißt. Damit eine Dampfblase gebildet oder vergrößert werden kann, muß eine Grenzfläche zwischen Flüssigkeit und Dampf gebildet und vergrößert werden. Dazu wird Energie benötigt (vgl. 1.1. Kapillarität). Deshalb haben Blasen, in denen eine bestimmte Dampfmenge eingeschlossen ist, ein Volumen, bei dem die Grenzfläche möglichst klein ist. Da die Kugel von allen Körpern gleichen Volumens die kleinste Oberfläche hat, sind Blasen in Flüssigkeiten kugelförmig, an den Gefäßwänden halbkugelförmig (der Einfluß des Gravitationsfeldes wird hierbei vernachlässigt). Die Grenzfläche ist umso kleiner, je kleiner der Blasenradius ist. Die Blase verschwindet nicht, da sich das Blasenvolumen mit kleiner werdendem Radius vermindert und somit der Blasendruck steigt. Es gibt einen Zustand, bei dem die Grenzfläche der Blase mit dem Gas in der Blase im Gleichgewicht ist. Diesen Gleichgewichtszustand erhält man durch

$$(2.2) \quad dE = \sigma dA - (p_i - p_a) dV = 0 ,$$

wobei σ die Grenzflächenspannung der Grenzfläche Dampf-Flüssigkeit, p_i der Blasendruck und p_a der Außendruck in der Flüssigkeit ist. Für kugelförmige Blasen ist dA , die Änderung der Grenzfläche, durch $dA = 8\pi r dr$ und dV , die Änderung des Dampfolumens, durch $dV = 4\pi r^2 dr$ gegeben,

wobei r der Blasenradius ist.

Aus (2.2) folgt für den Blasenradius im Gleichgewicht

$$(2.3) \quad p_i = p_a + \frac{2\sigma}{r} .$$

Der Druck in einer Blase ist also um

$$(2.4) \quad \Delta p = p_i - p_a = \frac{2\sigma}{r}$$

größer als der Außendruck in der Flüssigkeit.

Um mehr über die Blasenbildung in Flüssigkeiten zu erfahren, nehmen wir zunächst an, daß eine Blase mit dem Radius r aus irgendeinem Grund in der Flüssigkeit entstanden sei. Der Druck in der Blase ist $p_i = p_a + \frac{2\sigma}{r}$. Ist der Außendruck p_a so groß, daß $p_i > p(T)$ ist, kondensiert der Dampf in der Blase, die Blase wird kleiner, der Blasendruck steigt,...; die Blase verschwindet. Ist p_a so, daß $p_i < p(T)$ ist, dann verdampft Flüssigkeit, das Blasenvolumen nimmt zu, der Blasenradius wächst, der Blasendruck verringert sich,...; die Blase wächst so lang, bis die ganze Flüssigkeit verdampft ist (dazu müssen aber die äußeren Bedingungen, Temperatur und Außendruck konstant bleiben). Blasen sind instabile Gebilde, denn ist der Außendruck p_a so, daß $p_i = p(T)$ ist, dann genügen schon kleine Schwankungen von p_i , damit die Blase wächst oder verschwindet. Eine Blase mit dem Druck $p_i = p(T)$ nennen wir Minimalblase mit dem Radius r_0 , denn alle Blasen mit dem Radius $r < r_0$ verschwinden. Für den Radius r_0 folgt aus (2.3)

$$(2.5) \quad r_0 = r_0(p_a) = \frac{2\sigma}{p(T) - p_a} .$$

In Flüssigkeiten der Temperatur T , in denen der Außendruck $p_a > p(T)$ ist, können keine Blasen entstehen, da $p_i > p_a$ ist und somit die Dampfblase nicht existieren kann. Ist $p_a = p(T)$, dann folgt aus (2.5), daß $r = \infty$ ist, d.h., daß in der Flüssigkeit unter diesen Bedingungen keine Blasen existieren können. Ist $p_a < p(T)$ wird r_0 endlich. Für großen negativen Druck p_a können wir $p(T)$ gegen p_a vernachlässigen und wir erhalten aus (2.5)

$$(2.6) \quad r_0 = - \frac{2\sigma}{p_a} .$$

Mit steigendem negativen Druck wird der Radius der Mini-

malblase kleiner. Es wird also immer wahrscheinlicher, daß durch Dichteschwankungen in der Flüssigkeit Blasen entstehen, die größer als Minimalblasen sind, die weiterwachsen und dadurch das Verdampfen der Flüssigkeit einleiten. Die Größe der Dichteschwankungen in Flüssigkeiten werden durch experimentelle Bedingungen beeinflusst. So sind Dichteschwankungen in großen Flüssigkeitsvolumen stärker als in kleinen. Auch werden durch Verunreinigungen in der Flüssigkeit oder an den Gefäßwänden die Dichteschwankungen vergrößert. Sind in der Flüssigkeit vor dem Einsetzen des Phasenüberganges Blasen vorhanden, kann der Phasenübergang einsetzen, ohne daß Minimalblasen gebildet werden. Dies können wir beobachten, wenn wir Wasser in einem Topf, der von unten erhitzt wird, zum Sieden bringen. Da mit steigender Temperatur die Löslichkeit von Luft in Wasser abnimmt, entweicht die zuviel gelöste Luft durch Luftblasen, bevor das Sieden des Wassers beginnt. Es sind Luftblasen im Wasser und an den Gefäßwänden vorhanden, in die bei genügend hoher Temperatur Wasser verdampfen kann. Gasblasen und Verunreinigungen, die den Phasenübergang begünstigen, nennen wir Keime. Wenn wir dafür sorgen, daß eine Flüssigkeit keimfrei ist, dann haben wir die experimentellen Bedingungen erfüllt, um negativen Druck in der Flüssigkeit zu erzeugen. Dies haben Experimente bestätigt, bei denen Reißspannungen sehr reinen Wassers gemessen wurden. In Abb 2.5 ist der schematische Aufbau der dazu verwendeten Meßanordnung zu sehen. Auf einer dreh-

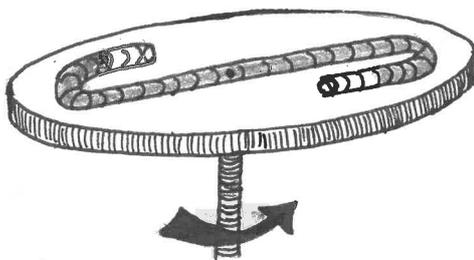


Abb 2.5

baren Scheibe ist eine, auf beiden Seiten offene, s-förmige Kapillare befestigt, die mit Wasser gefüllt ist. Wird die Scheibe in Rotation versetzt, wird die Flüssigkeit in beiden Rohren nach außen gedrückt; die Flüssigkeit steht in der Umgebung des Drehpunktes unter Spannung. Diese Spannung ist umso größer, je schneller die Scheibe rotiert. Aus der Rotationsgeschwindigkeit, bei der der Wasserfaden reißt, kann die Spannung der Flüssigkeit und somit der negative Druck abgeschätzt werden.

baren Scheibe ist eine, auf beiden Seiten offene, s-förmige Kapillare befestigt, die mit Wasser gefüllt ist. Wird die Scheibe in Rotation versetzt, wird die Flüssigkeit in beiden Rohren nach außen gedrückt; die Flüssigkeit steht in der Umgebung des Drehpunktes unter Spannung.

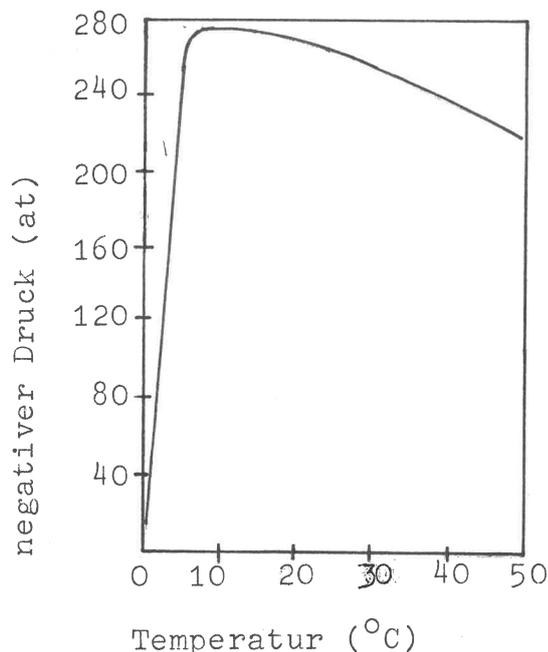


Abb 2.6 Der negative Grenzdruck von Wasser zwischen 0°C und 50°C (nach Briggs)

Für Wasser ermittelte J. Briggs auf diese Weise negativen Druck von mehr als -200 at. Abb 2.6 zeigt die gemessenen Werte der Reißspannung von Wasser in Abhängigkeit der Temperatur. Briggs zeigte, daß die gemessenen Werte stark von der Vorbehandlung der Flüssigkeit und auch von der verwendeten Meßanordnung abhängen. Für andere Flüssigkeiten wurden Reißspannungen derselben Größenordnung ermittelt. So

wurde für Benzin 150 at und für besonders reines, entgastetes Quecksilber 425 at gemessen.

Die von Briggs ermittelten Werte der Grenzspannung für Wasser der Temperatur $T = 290$ K sind um den Faktor 4 kleiner, als die nach der VdWgl erwarteten maximalen Werte. Ob dies daran liegt, daß nicht alle Keime aus dem Wasser entfernt worden sind oder ob dies andere Ursachen hat, wissen wir bis heute nicht. Die Messungen von Briggs zeigen, daß in Wasser großer negativer Druck möglich ist, wenn bestimmte experimentelle Bedingungen eingehalten werden. Dabei muß besonders auf das Fehlen kleiner Gasbläschen geachtet werden. Es ist also durchaus möglich, daß in den Leitungsröhren von Pflanzen negativer Druck vorkommt. Die Pflanze muß dann dafür sorgen, daß das Wasser in den Leitungsröhren keimfrei ist. In diesem Zusammenhang ist es vielleicht interessant, daß die Kapillaren in Bäumen zehnmal so dünn sind wie die, mit denen Briggs die Flüssigkeitsreißversuche durchgeführt hat.

Im nächsten Kapitel wollen wir zeigen, daß durch das Verdunsten von Wasser an den Blättern negativer Druck entstehen kann.

3. Das Verdunsten von Wasser an den Blättern der Pflanzen

3.1. Das Verdunsten

Wenn eine Flüssigkeit mit einem Gas Teilchen frei austauschen kann, dann stellt sich zwischen den beiden Phasen ein Gleichgewicht ein. Bestehen beide Phasen aus Teilchen derselben Teilchensorte, dann sind sie im Gleichgewicht, wenn der Druck in beiden Phasen den Wert des Dampfdruckes $p(T)$ hat. Oft bestehen beide Phasen nicht nur aus einer Teilchensorte. Wir wollen uns nun überlegen, wie der Zustand aussieht, bei dem beide Phasen im Gleichgewicht sind. Die gasförmige Phase besteht aus Teilchen verschiedener Sorten, und die flüssige Phase aus Teilchen nur einer Sorte. Zwischen beiden Phasen sollen nur Teilchen der flüssigen Phase ausgetauscht werden. Die gasförmige Phase sei ein Gasgemisch, das wir als Gemisch idealer Gase behandeln können. Wir vernachlässigen also die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen der verschiedenen Gase. Die Gase, aus denen das Gemisch besteht nennen wir Komponenten des Gemisches. Der Gesamtdruck des Gemisches ist die Summe des Partialdruckes der einzelnen Komponenten. Der Partialdruck einer Komponente ist der Druck, der in einem vorgegebenen Volumen herrschen würde, wenn die Komponente dort allein, unter denselben Bedingungen wie im Gemisch, d.h. derselben Temperatur und derselben Teilchenzahl eingeschlossen wäre. Der Gesamtdruck eines Gemisches von r idealen Gasen ist gegeben durch

$$(3.1) \quad p = \sum_{i=1}^r p_i ,$$

wobei p_i der Partialdruck der i -ten Komponente des Gemisches ist.

Wir wollen nun den Partialdruck der Teilchensorte im Gleichgewicht berechnen, die zwischen den beiden Phasen ausgetauscht wird. Dazu betrachten wir das System in Abb 3.1. Es besteht aus zwei Teilsystemen. In (1) sei ein Gemisch von zwei idealen Gasen und in

(1)	(2)
$N_1^{(1)}, N_2^{(1)}$	$N_1^{(2)}$

(2) die flüssige Phase eines der in (1) enthaltenen Gase. Als unabhängige Variablen wählen wir in beiden Systemen die Temperatur T , den Druck p , in

Abb 3.1

(1) die Teilchenzahlen $N_1^{(1)}$, $N_2^{(1)}$ und in (2) die Teilchenzahl $N_1^{(2)}$. Die zu diesen Variablen gehörende Gibbsfunktion ist die freie Enthalpie G . Sie definiert das physikalische System, d.h. den Zusammenhang aller physikalischen Größen. Haben Temperatur T und Druck p in beiden Systemen denselben Wert, dann lautet die Gibbsfunktion des Gesamtsystemes

$$G = G(T, p, N_1^{(1)}, N_2^{(1)}, N_1^{(2)}).$$

Können beide Systeme nur Teilchen der Komponente 1 austauschen, dann sind sie im Gleichgewicht, wenn das chemische Potential der freiaustauschenden Teilchen in beiden Systemen denselben Wert hat, d.h.

$$(3.2) \quad \mu_1^{(1)}(T, p, N_1^{(1)}, N_2^{(1)}) = \mu_1^{(2)}(T, p).$$

Da die gasförmige Phase als Gemisch idealer Gase behandelt wird, gilt

$$(3.3) \quad \mu_1^{(1)}(T, p, N_1^{(1)}, N_1^{(2)}) = \mu_1^{(1)}(T, p_1^{(1)}),$$

wobei $p_1^{(1)}$ der Partialdruck des Stoffes 1 im System (1) ist. Somit kann (3.2) geschrieben werden als

$$(3.4) \quad \mu_1^{(1)}(T, p_1^{(1)}) = \mu_1^{(2)}(T, p).$$

Wenn wir die Funktionen $\mu_1^{(1)}(T, p_1^{(1)})$ und $\mu_1^{(2)}(T, p)$ kennen, dann können wir (3.4) nach $p_1^{(1)}$, dem Partialdruck des Stoffes 1 in der gasförmigen Phase (1) auflösen. Man erhält dann

$$(3.5) \quad p_1^{(1)} = p_1^{(1)}(T, p),$$

den Gleichgewichtspartialdruck $p_1^{(1)}$ des Stoffes 1 in Abhängigkeit von Temperatur und Druck.

Im Anhang 5.1. und 5.2. ist das chemische Potential eines idealen Gases und einer Flüssigkeit hergeleitet.

Für den gasförmigen Stoff 1, der als ideales Gas behandelt wird, gilt demnach

$$(3.6) \quad \mu_1^{(1)} = kT \ln\left(\frac{p_1^{(1)}}{p_0}\right) + \mu_1^{(1)}(T, p_0),$$

wobei p_0 ein beliebig zu wählender Bezugsdruck ist. Für die flüssige Phase von 1, die als inkompressibel angenommen wird, gilt

$$(3.7) \quad \mu_1^{(2)} = v_{10}^{(2)}(p - p_0) + \mu_1^{(2)}(T, p_0),$$

wobei $v_{10}^{(2)} = v_1^{(2)}(T, p_0)$ das molare Volumen des Stoffes 1 in (2) ist. Werden diese Beziehungen in (3.4) eingesetzt, erhält man

$$(3.8) \quad kT \ln\left(\frac{p_1^{(1)}}{p(T)}\right) + \mu_1^{(1)}(T, p(T)) = v_{10}^{(2)}(p - p(T)) + \mu_1^{(2)}(T, p(T)),$$

wobei als Bezugsdruck p_0 in beiden Systemen der Dampfdruck $p(T)$ gewählt wird. Da bei diesem Druck die flüssige Phase von 1 mit ihrer reinen Dampfphase im Gleichgewicht steht, gilt

$$(3.9) \quad \mu_1^{(1)}(T, p(T)) = \mu_1^{(2)}(T, p(T)).$$

Wird dies in (3.8) berücksichtigt und die Gleichung nach $p_1^{(1)}$ aufgelöst, erhält man

$$(3.10) \quad p_1^{(1)} = p(T) e^{\frac{v_{10}^{(2)}}{kT}(p - p(T))}.$$

Der Wert des Exponenten ist sehr klein. Dies können wir abschätzen durch

$$(3.11) \quad \frac{v_{10}^{(2)}}{kT}(p - p(T)) = \frac{v_{10}^{(2)}}{v_{10}^{(1)}} \frac{v_{10}^{(1)}}{kT}(p - p(T)) = \frac{v_{10}^{(2)}}{v_{10}^{(1)}} \left(\frac{p}{p(T)} - 1\right),$$

wobei $v_{10}^{(1)}$ das molare Volumen des gasförmigen Stoffes 1 bei dem Druck $p(T)$ ist. Für Wasser der Temperatur $T = 290$ K beträgt das Verhältnis $v_{10}^{(2)} : v_{10}^{(1)}$ etwa $1 : 10^5$. Wird die e-Funktion in (3.10) entwickelt und

alle höheren Glieder vernachlässigt, erhält man

$$(3.12) \quad p_1^{(1)} = p_1^{(1)}(T,p) = p(T) \left[1 + \frac{v_{10}^{(2)}}{kT} (p - p(T)) \right].$$

Die Druckabhängigkeit des Gleichgewichtspartialdruckes $p_1^{(1)}$ ist im allgemeinen so klein, daß wir sie vollständig vernachlässigen können. Aus (3.12) folgt dann:

Ist die flüssige Phase eines reinen Stoffes mit einem Gemisch von Gasen in Kontakt, haben beide Phasen dieselbe Temperatur und denselben Druck und können sie nur Teilchen des reinen, flüssigen Stoffes austauschen, dann hat im Gleichgewicht der Partialdruck des Dampfes des reinen Stoffes den Wert des Dampfdruckes $p(T)$, der sich als Gleichgewichtsdruck eingestellt hätte, wenn die gasförmige Phase nur aus dem Dampf des reinen Stoffes bestehen würde.

Die bisherigen Überlegungen haben wir für Gemische von zwei idealen Gasen gemacht. Sie gelten ebenso für Gemische vieler Gase. Ein Beispiel eines solchen Gemisches ist Luft. Sie besteht aus Stickstoff (N_2), Sauerstoff (O_2), Argon (Ar), Wasserdampf (H_2O) und weiteren Gasen. Der Partialdruck der einzelnen Komponenten der Luft bei der Temperatur $T = 273 \text{ K}$ und dem Luftdruck $p = 1 \text{ at}$ haben die folgenden Werte:

$$p_{N_2} = 0,7757 \text{ at}, \quad p_{O_2} = 0,2087 \text{ at}, \quad p_{Ar} = 0,0093 \text{ at}, \quad p_{H_2O} = 0,0061 \text{ at}$$

Für Luft wollen wir nun untersuchen, wie groß der Fehler ist, den wir durch das Vernachlässigen der Druckabhängigkeit des Gleichgewichtspartialdruckes machen. In Tab 4.1 ist der Gleichgewichtspartialdruck von Wasser bei verschiedenen Temperaturen für verschiedenen Luftdruck angegeben.

T(K)	$p = p(T)$ (mbar)	$p = 1 \text{ at}$ (mbar)	$p = 10 \text{ at}$ (mbar)
273	6,107	6,112	6,156
293	23,37	23,39	23,54
313	73,75	73,80	74,26

Tab 4.1: Der Gleichgewichtspartialdruck von Wasser in einer Luftatmosphäre bei verschiedenem Druck und verschiedenen Temperaturen.

Der Fehler, der durch das Vernachlässigen der Druckabhängigkeit des Gleichgewichtspartialdruckes entsteht, ist kleiner als 1%, wenn der Luftdruck von $p = p(T)$ auf $p = 10$ at erhöht wird. Wasser steht also mit seinem Dampf im Gleichgewicht, wenn der Druck des Wasserdampfes den Wert des Dampfdruckes $p(T)$ hat, gleichgültig ob neben dem Wasserdampf andere Gase in der Gasphase sind. Ist der Partialdruck von Wasser in Luft kleiner als der Dampfdruck $p(T)$, dann steht der Wasserdampf der Luft nicht mit flüssigem Wasser derselben Temperatur im Gleichgewicht. Ein Maß für dieses "Ungleichgewicht" ist die relative Luftfeuchtigkeit $\varepsilon = \frac{p_{H_2O}^{(L)}}{p(T)}$, die das Verhältnis von Dampfdruck des Wassers in der Luft zu Gleichgewichtspartialdruck $p(T)$ ist. Hat die relative Luftfeuchtigkeit ε den Wert 1, dann ist der Wasserdampf der Luft mit flüssigem Wasser gleicher Temperatur im Gleichgewicht; die Luft ist dann mit Wasserdampf "gesättigt". Ist $\varepsilon > 1$, kondensiert Wasser; die Luft ist dann mit Wasserdampf "übersättigt". Es bilden sich in der Luft Wassertröpfchen, die als Nebel oder als "Dampf" sichtbar sind. Dieser "Dampf" hat jedoch nichts mit der gasförmigen Phase einer Flüssigkeit zu tun, da er ein Gemisch der flüssigen und der gasförmigen Phase von Wasser ist. Wasserdampf, die gasförmige Phase von Wasser, ist ein durchsichtiges Gas.

Für das Gleichgewicht der flüssigen und der gasförmigen Phase von Wasser ist es gleichgültig, ob die Gasphase nur aus Wasserdampf oder aus weiteren Gasen besteht. Beide Fälle unterscheiden sich aber in der Art, wie sich das Gleichgewicht einstellt. Besteht die Gasphase nur aus Wasserdampf und ist der Druck des Dampfes kleiner als der Dampfdruck $p(T)$, verdampft Wasser so lang, bis sich das Gleichgewicht der beiden Phasen eingestellt hat oder bis alles Wasser verdampft ist. Der Dampf, der sich an der Wasseroberfläche bildet, strömt in das Gasvolumen, da während sich das Gleichgewicht einstellt der Druck des Dampfes über der Wasseroberfläche größer ist als im restlichen Gasvolumen. Besteht die Gasphase aus mehreren Gasen und ist die relative Luftfeuchtigkeit $\varepsilon < 1$, dann verdunstet Wasser so lang, bis sich das Gleichgewicht

beider Phasen eingestellt hat oder bis alles Wasser verdunstet ist. Das Gleichgewicht stellt sich hier bei gleichem Gesamtdruck im ganzen System ein, und deshalb kann der Wasserdampf, der sich an der Wasseroberfläche bildet, nicht in das Gasvolumen strömen. Er diffundiert, da der Partialdruck des Wasserdampfes über der Wasseroberfläche größer ist als im restlichen Gasvolumen. Der unterschiedliche Partialdruck in der Gasphase führt nach (3.6) zu verschiedenen Werten des chemischen Potentials. Dies ist nach 1.2. die Ursache eines Diffusionsstroms. Die beiden Mechanismen, das Gleichgewicht einzustellen, unterscheiden sich in der Geschwindigkeit, mit der sich das Gleichgewicht einstellt. Die Strömungsgeschwindigkeit ist größer als die Diffusionsgeschwindigkeit. Deshalb stellt sich das Gleichgewicht durch Verdampfen schneller ein als durch Verdunsten. Im weiteren werden wir uns aber nur für den Gleichgewichtszustand der flüssigen und der gasförmigen Phase interessieren und nicht mehr unterscheiden, ob der Gleichgewichtszustand sich durch Verdunsten oder Verdampfen eingestellt hat.

3.2. Das isochore Verdampfen

Ein Verdampfungsprozess kann unter verschiedenen Bedingungen stattfinden, bleibt das Volumen der flüssigen Phase während des Verdampfens konstant, nennen wir diesen Prozess isochores Verdampfen. In diesem Abschnitt wird ein Verdampfungsprozess beschrieben, der mit dem in Abb 3.2 dargestellten System durchgeführt wird. Das System besteht aus zwei Teilsystemen, wobei

(1)	(2)
$T^{(1)}$	$T^{(2)}$
$p^{(1)}$	$p^{(2)}$
$N^{(1)}$	$N^{(2)}$

(1) die gasförmige und (2) die flüssige Phase der Substanz sei. Als unabhängige Variablen wählen wir in beiden Systemen die Temperatur T , den Druck p und die Teilchenzahl N . Somit ist die freie

Abb 3.2

Enthalpie G die zu diesem System gehörende Gibbsfunktion. Sie lautet

$$G = G(T^{(1)}, T^{(2)}, p^{(1)}, p^{(2)}, N^{(1)}, N^{(2)}).$$

Beide Systeme sollen Teilchen frei austauschen können. Im Gleichgewicht ist dann das chemische Potential der Teilchen beider Systeme gleich, d.h.

$$(3.13) \quad \mu^{(1)}(T^{(1)}, p^{(1)}) = \mu^{(2)}(T^{(2)}, p^{(2)}).$$

Sind die Funktionen $\mu^{(1)}$ und $\mu^{(2)}$ bekannt, kann (3.13) nach $p^{(2)}$, dem Druck in der flüssigen Phase aufgelöst werden. Man erhält

$$(3.14) \quad p^{(2)} = p^{(2)}(T^{(1)}, T^{(2)}, p^{(1)}).$$

Im Anhang wird das chemische Potential eines idealen Gases und einer Flüssigkeit hergeleitet. Für den Dampf, der als ideales Gas behandelt wird, gilt

$$(3.15) \quad \mu(T, p) = -c_p T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \left(\frac{c_p}{k} - \frac{s_0}{k}\right)k(T - T_0) + kT \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + \mu(T_0, p_0),$$

wobei c_p die Wärmekapazität und $s_0 = s(T_0, p_0)$ die molare Entropie des Gases bei der Temperatur T_0 und dem Druck p_0 ist.

Für das Kondensat, für dessen molares Volumen der Ansatz $v(T,p) = v_0(1 - \alpha p)$ mit $v_0 = v(T_0, p_0)$ verwendet wird, gilt

$$(3.16) \quad \mu(T,p) = -c_p T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \left(\frac{c_p}{k} - \frac{s_0}{k}\right)k(T - T_0) \\ + v_0((p - p_0) - \frac{\alpha}{2}(p^2 - p_0^2)) + \mu(T_0, p_0),$$

wobei α die Kompressibilität, c_p die Wärmekapazität und s_0 die molare Enthalpie der Flüssigkeit bei der Temperatur T_0 und dem Druck p_0 ist. Die Kompressibilität α wird als konstant, d.h. als unabhängig von Druck und Temperatur angenommen. Die Werte für c_p , s_0 , $\mu_0 = \mu(T_0, p_0)$, v_0 des Gases und der Flüssigkeit können Tabellen wie Landolt Börnstein entnommen werden.

Die Funktion (3.15) und (3.16) werden in (3.13) eingesetzt. Dabei wird angenommen, daß die Temperatur beider Teilsysteme während des Prozesses konstant bleibt und denselben Wert hat, d.h. $T^{(1)} = T_0^{(1)} = T^{(2)} = T_0^{(2)} = T$. Weiter wird als Bezugsdruck p_0 für das chemische Potential der Dampfdruck $p(T)$ bei der Temperatur T gewählt. Dies ergibt dann

$$(3.17) \quad kT \ln\left(\frac{p^{(1)}}{p(T)}\right) - v_0^{(2)}((p^{(2)} - p(T)) \\ - \frac{\alpha}{2}((p^{(2)})^2 - (p(T))^2) = 0,$$

oder nach $p^{(2)}$ aufgelöst

$$(3.18) \quad p^{(2)} = p^{(2)}(T, p^{(1)}) = \left(\frac{1}{\alpha} - p(T)\right) \\ - \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha} - p(T)\right)^2 - \frac{2}{\alpha} \frac{kT}{v_0^{(2)}} \ln\left(\frac{p^{(1)}}{p(T)}\right) + p(T)}.$$

Somit haben wir den Druck $p^{(2)}$ in der Flüssigkeit als Funktion der Temperatur T und dem Druck $p^{(1)}$ des Dampfes. Dieser Druck stellt sich beim Verdampfen ein, wenn beide Phasen dieselbe Temperatur T haben und das Volumen der flüssigen Phase konstant gehalten wird.

Ist $p^{(1)} = p(T)$, folgt aus (3.18) $p^{(2)} = p^{(1)} = p(T)$. Dies muß so sein, da bei $p^{(1)} = p(T)$ die Flüssigkeit mit dem Dampf im Gleichgewicht ist. Ist $p^{(1)} < p(T)$ hat die Wurzel von (3.18) immer einen reellen Wert, der größer ist als $\left(\frac{1}{\alpha} - p(T)\right)$. Somit ist der Druck in der

Flüssigkeit kleiner als der Dampfdruck $p(T)$. Da der Wert der Wurzel beliebig hoch werden kann, wenn $p^{(1)}$ hinreichend klein wird, müssen wir für den Flüssigkeitsdruck $p^{(2)}$ mit negativen Werten rechnen.

3.3. Ein Modell zur Berechnung des negativen Druckes, der in Pflanzen durch Verdunsten von Wasser entsteht

Das isochore Verdunsten wollen wir durch die Anordnung in Abb 3.3 realisieren. Das System (1) ist eine Gasatmosphäre, in der neben Wasserdampf weitere Gase vorhanden sind. Der Partialdruck des Wasserdampfes $p_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)}$ in dieser Atmosphäre ist durch die Angabe der relativen Feuchtigkeit ξ und der Temperatur T der Atmosphäre gegeben, denn aus der Definition der relativen Feuchtigkeit folgt, daß $p_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)} = \xi p(T)$

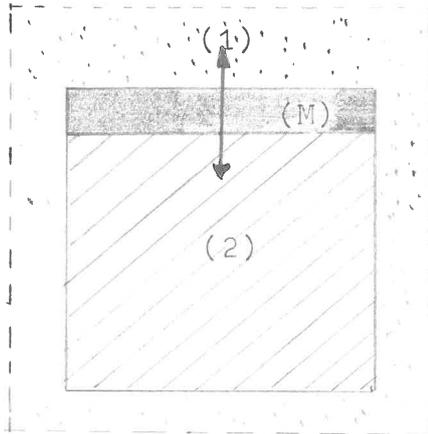


Abb 3.3

ist. Das System (2) ist ein mit Wasser gefülltes Gefäß, das über eine Membran (M) Wasser mit der Atmosphäre (1) austauscht. Diese Anordnung soll uns als Modell dienen, um den negativen Druck zu berechnen, der in den Leitungsrohren an den Blättern der Pflanzen durch Verdunsten von Wasser entsteht. Dabei entspricht (1) der Luft, die die Pflanzen umgibt, (2) dem Wasser in den Leitungsrohren der Pflanze und (M) den Blättern der Pflanze, an denen das Wasser verdunstet. Wenn wir voraussetzen, daß die Temperatur in der Atmosphäre (1) und im Wasser (2) konstant ist und denselben Wert hat, dann können wir (3.18) anwenden, um den Druck im Wasser zu berechnen, bei dem das Wasser mit der Atmosphäre im Gleichgewicht ist. Dazu ersetzen wir in (3.18) das Verhältnis $\frac{p^{(1)}}{p(T)}$ durch ξ und wir erhalten

$$(3.19) \quad p^{(2)} = p^{(2)}(T, \xi) = \left(\frac{1}{\xi} - p(T) \right) - \sqrt{\left(\frac{1}{\xi} - p(T) \right)^2 - \frac{2}{\xi} \frac{kT}{v_0^{(2)}} \ln \xi} + p(T).$$

Mit (3.19) berechnen wir nun den Flüssigkeitsdruck $p^{(2)}$ für verschiedene Bedingungen. Abb 3.4 a und b zeigen den Flüssigkeitsdruck $p^{(2)}$ in Abhängigkeit der relativen Luftfeuchtigkeit ξ bei konstanter Temperatur. Der Flüssigkeitsdruck wird bei geringer relativer Luftfeuchtigkeit sehr klein. Selbst bei nahezu wasserdampfgesättigter Luft,

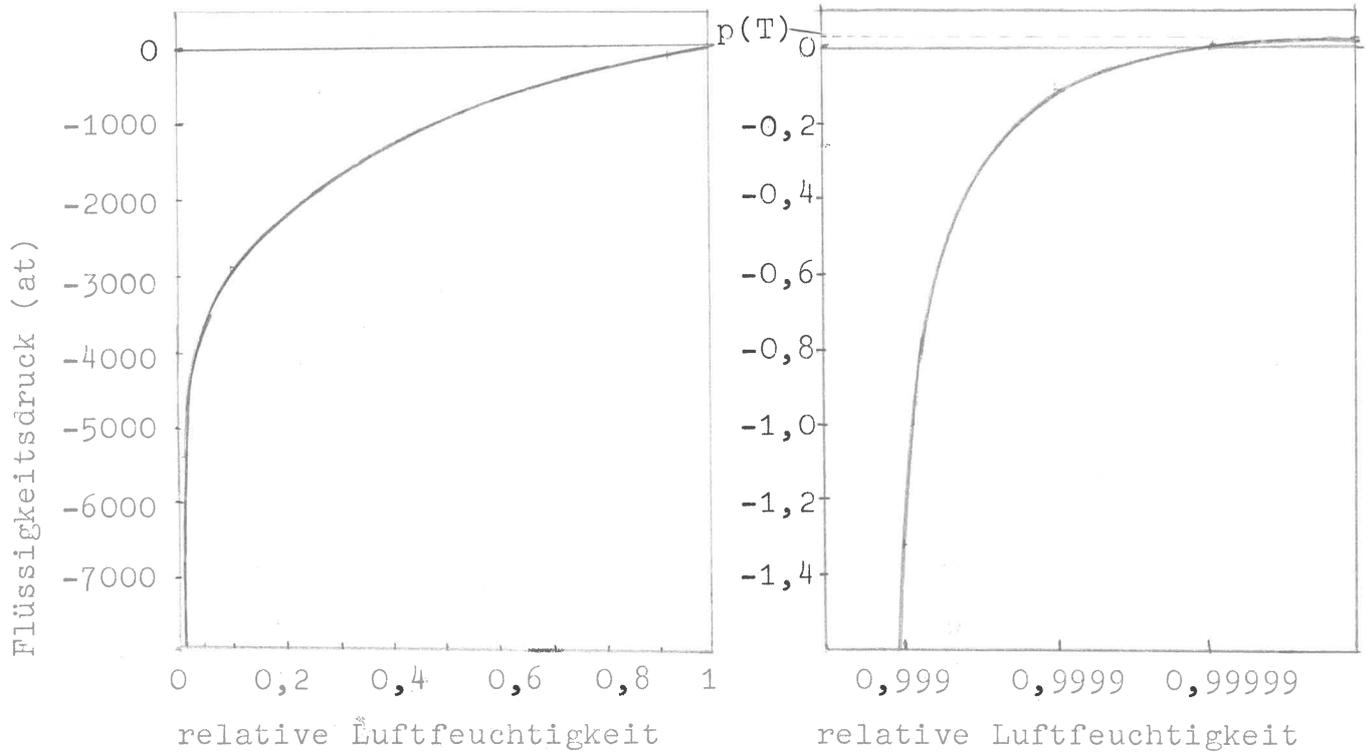


Abb 3.3 a: Der Flüssigkeitsdruck in Abhängigkeit der relativen Luftfeuchtigkeit bei der konstanten Temperatur $T = 291 \text{ K}$.

Abb 3.3 b: Ausschnitt aus Abb 3.3 a für fast wasserdampfgesättigte Luft.

d.h. bei $\varepsilon \approx 1$, ist der Wert des negativen Druckes noch groß. Er beträgt bei $\varepsilon = 0,9$ und $T = 291 \text{ K}$ noch -140 at , bei $\varepsilon = 0,999$ und derselben Temperatur noch $-1,3 \text{ at}$.

In Abb 3.4 ist der Flüssigkeitsdruck in Abhängigkeit von der Temperatur bei konstanter Luftfeuchtigkeit ε aufgetragen. Der Flüssigkeitsdruck steigt linear mit der Temperatur an.

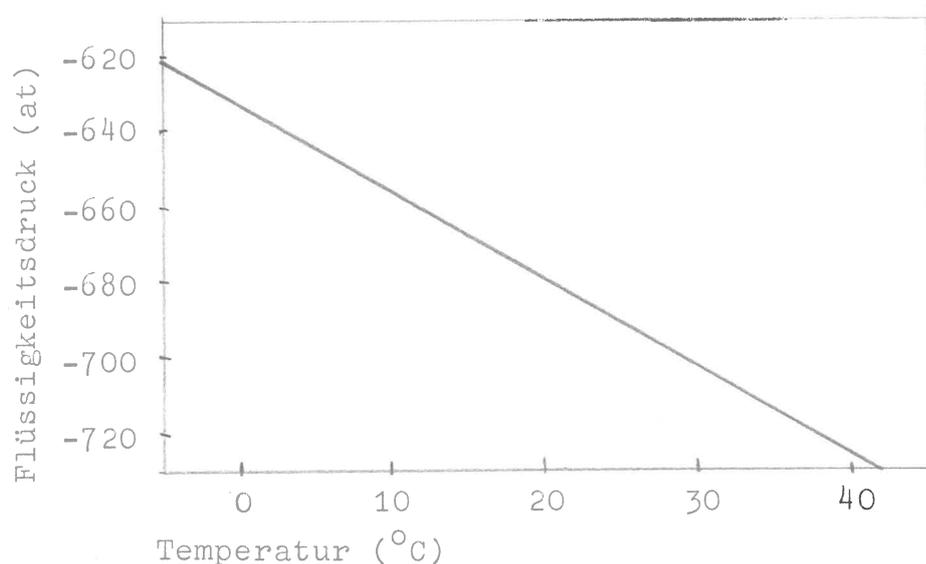


Abb 3.4 Der Flüssigkeitsdruck in Abhängigkeit von der Temperatur bei konstanter relativer Luftfeuchtigkeit $\varepsilon = 0,6$.

Unter normalen Bedingungen bleibt die relative Luftfeuchtigkeit ε bei Temperaturänderungen nicht konstant, sondern ε ändert sich mit der Temperatur, d.h.

$$(3.20) \quad \varepsilon = \varepsilon(T) = \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)}(T)}{p(T)}.$$

Um ε als Funktion der Temperatur zu erhalten, wollen wir annehmen, daß der Partialdruck des Wasserdampfes $p_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)}$ in der Luft konstant bleibt und nicht von der Temperatur abhängt. Diese Annahme ist für kleine Zeitintervalle sicher richtig, da dort die Änderung des Wasserdampfgehaltes der Luft durch Kondensieren oder Verdunsten von Wasser so gering ist, daß wir sie vernachlässigen können. Die Temperaturabhängigkeit des Dampfdruckes $p(T)$ wird nach Clausius Clapeyron gegeben durch

$$(3.21) \quad \frac{1}{p} \frac{\partial p(T)}{\partial T} = \frac{\Delta h}{k} \frac{1}{T^2}.$$

Hierbei ist Δh die Verdampfungsenthalpie. Sie kann in guter Näherung für kleine relative Temperaturänderungen als konstant angenommen werden. Wird (3.21) integriert, folgt

$$(3.22) \quad p(T) = p(T_0) e^{-\frac{\Delta h}{k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)},$$

wobei T_0 eine beliebig gewählte Bezugstemperatur ist. Für die relative Luftfeuchtigkeit ε in Abhängigkeit von der Temperatur T ergibt sich dann

$$(3.23) \quad \varepsilon(T) = \varepsilon(T_0) e^{\frac{\Delta h}{k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} \quad \text{mit} \quad \varepsilon(T_0) = \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)}}{p(T_0)}.$$

Abb 3.5 zeigt die Abhängigkeit der relativen Luftfeuchtigkeit von der Temperatur der Atmosphäre. Als Bezugspunkt für die Berechnung des Kurvenverlaufes wurde $T_0 = 291 \text{ K}$ und $\varepsilon = 0,6$ gewählt. Die relative Luftfeuchtigkeit fällt bei steigender Temperatur exponentiell. Wird die relative Luftfeuchtigkeit $\varepsilon = 1$, gilt (3.18) nicht mehr, da dann Wasserdampf in der Luft kondensiert und deshalb die Annahme des konstanten Wasserdampfgehaltes der Atmosphäre nicht mehr zutrifft.

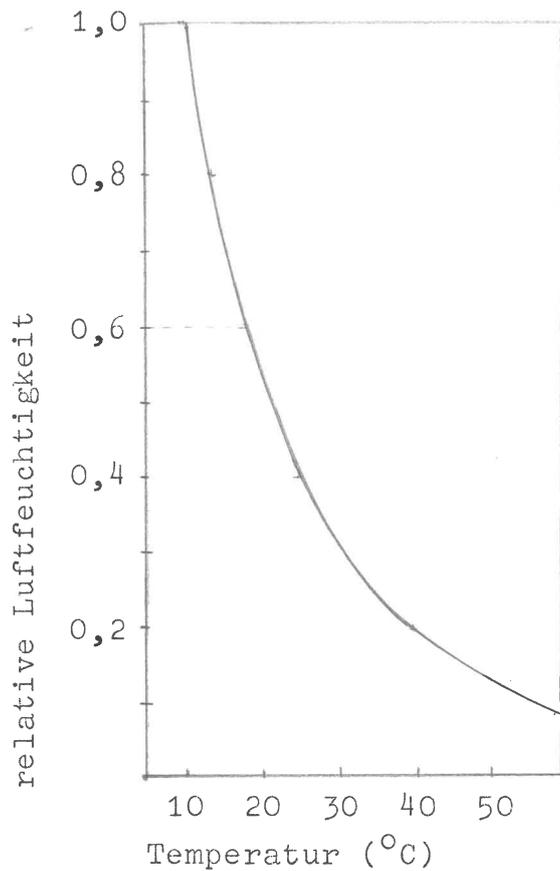


Abb 3.5 : in Abhängigkeit von der Temperatur T.

Abb 3.6 zeigt, wie sich die relative Luftfeuchtigkeit (b) und die Temperatur (a) der Atmosphäre im Laufe eines Sommertages ändern. Mit diesen Diagrammen wollen wir prüfen, in wie weit die Überlegungen auf die Wirklichkeit zutreffen, die uns zur Beziehung (3.23) führten. Dazu haben wir mit (3.23) die relative Luftfeuchtigkeit für die Temperaturen aus Abb 3.6 a berechnet. Als Bezugspunkt haben wir die relative Luftfeuchtigkeit der Atmosphäre um 7 Uhr gewählt, da ab dort die Temperatur steigt, und die relative Luftfeuchtigkeit sinkt. Somit können wir aus-

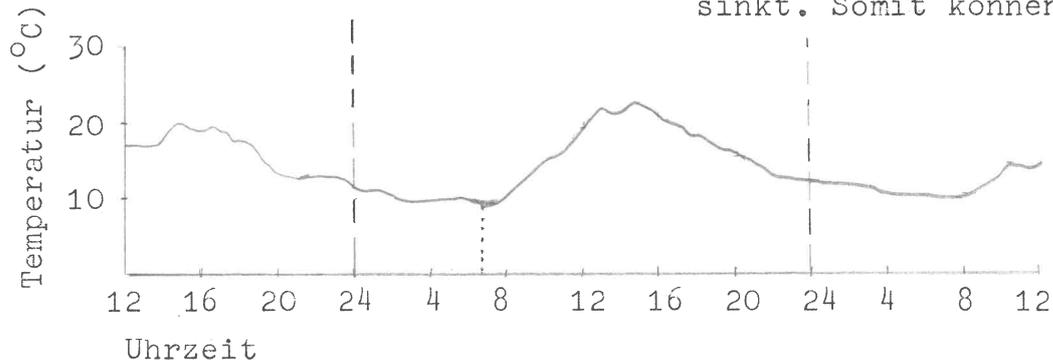


Abb 3.6 a: Die Temperatur der Atmosphäre in Abhängigkeit der Uhrzeit.

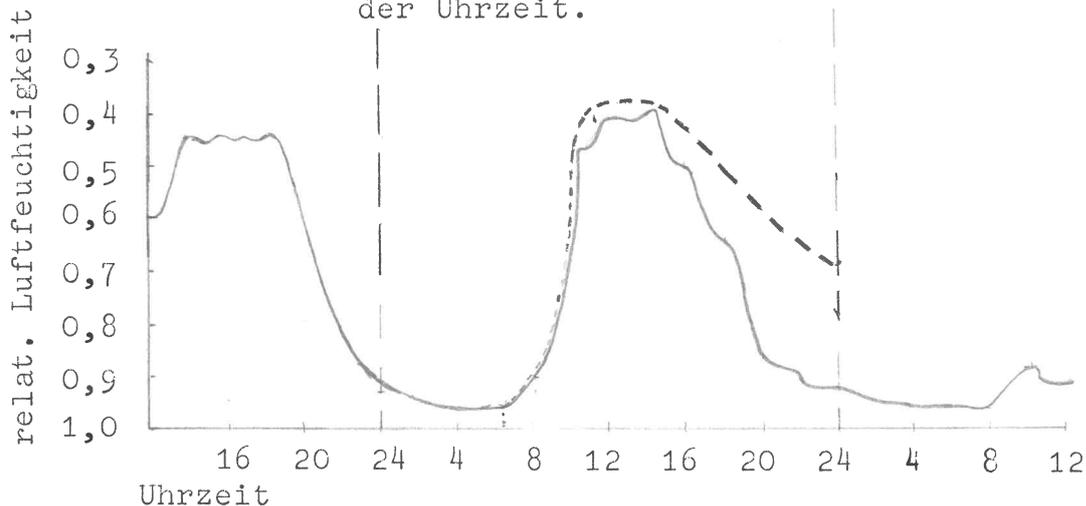


Abb 3.6 b: Die relative Luftfeuchtigkeit in Abhängigkeit der Uhrzeit.

schließen, daß Wasserdampf in der Atmosphäre kondensiert oder niederschlägt (Tau). Die Annahme des konstanten Wasserdampfgehaltes der Luft trifft dann wenigstens für den Beginn des Tages zu. Die gestrichelte Kurve in der Abb 3.6 b gibt die ε -Werte an, die wir mit (3.23) berechnet haben. Bis zur Mittagszeit wird der Verlauf der relativen Luftfeuchtigkeit durch die berechnete Kurve gut beschrieben. Nachmittags und abends ist die gemessene relative Luftfeuchtigkeit größer als die mit (3.23) berechnete. Dies liegt daran, daß die Annahme des konstanten Wasserdampfgehaltes der Atmosphäre nur für den Beginn des Tages zutrifft, da während des Tages Wasser aus Gewässern und Pflanzen verdunstet. Die Beziehung (3.23) beschreibt aber den Verlauf der relativen Luftfeuchtigkeit besser als die erste Annahme mit $\varepsilon = \text{const.}$ Setzen wir (3.23) in (3.19) ein, so erhalten wir

$$(3.24) \quad p^{(2)}(T) = \left(\frac{1}{\varepsilon} - p(T) \right) - \sqrt{\left(\frac{1}{\varepsilon} - p(T) \right)^2 - aT \ln \varepsilon_0 - b \left(1 - \frac{T}{T_0} \right)} + p(T),$$

wobei $a = \frac{2k}{\varepsilon v^{(2)}}_0$ und $b = \frac{2\Delta h}{\varepsilon v^{(2)}}_0$ bedeutet.

In Abb 3.7 ist der Verlauf des Flüssigkeitsdruckes in

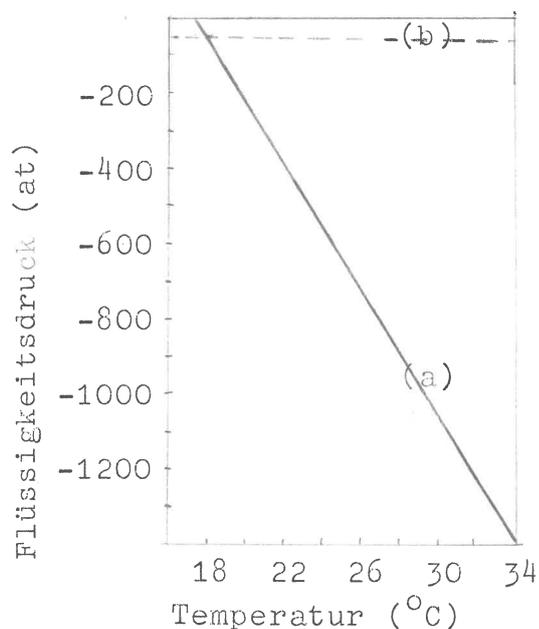


Abb 3.7: Der Flüssigkeitsdruck in Abhängigkeit der Temperatur bei temperaturabhängiger (a) und bei konstanter relativer Luftfeuchtigkeit (b).

Abhängigkeit von der Temperatur aufgetragen.

Als Bezugspunkt wird dieselbe Temperatur und dieselbe relative Luftfeuchtigkeit wie in Abb 3.6 gewählt, nämlich $T_0 = 291 \text{ K}$ und $\varepsilon_0 = 0,95$. Zusätzlich ist in Abb 3.7 der Flüssigkeitsdruck in Abhängigkeit von der Temperatur bei konstanter relativer Luftfeuchtigkeit ($\varepsilon = 0,95$) aufgetragen.

Der Flüssigkeitsdruck ändert sich bei konstanter relativer Luftfeuchtigkeit

wesentlich weniger als bei der Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der relativen Luftfeuchtigkeit. Beide Kurven sind Extremfälle, die auf die Wirklichkeit nur beschränkt zutreffen.

Die Berechnungen mit unserem Modell zeigen, daß durch das Verdunsten im Wasser großer negativer Druck entstehen kann. In diesem Modell haben wir die Blätter als Membran beschrieben, die nur Wasserteilchen durchläßt, und die dafür sorgt, daß das Flüssigkeitsvolumen konstant bleibt. Dieses Membran wollen wir nun näher betrachten. Abb 3.8 zeigt den schematischen Aufbau eines Blattes. Das Blatt ist außer an einigen Stellen, den

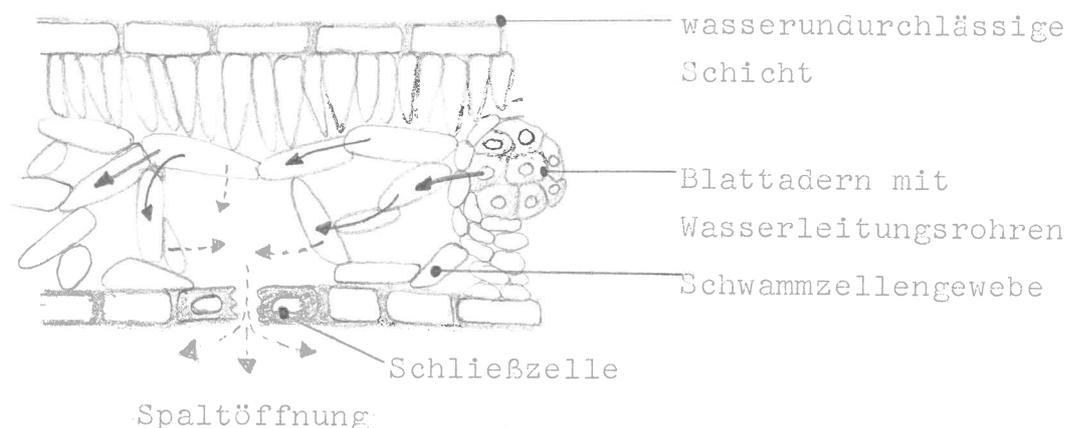


Abb 3.8

Spaltöffnungen, vollständig von einer wasserundurchlässigen Schicht überzogen. Durch Spaltöffnungen tauscht das Blatt Gase mit der Atmosphäre aus. Durch sie diffundiert auch das Wasser, das aus den Schwammzellen verdunstet. Der Aufbau der Schwammzellen entspricht dem in 1.2. besprochenen Zellaufbau. Verlieren die Schwammzellen durch Verdunsten Wasser, steigt die Konzentration des Zellsaftes an. Dadurch wird das osmotische Gleichgewicht der Schwammzellen gestört. Sie nehmen deshalb Wasser aus den Nachbarzellen auf, um den Wasserverlust auszugleichen. Die Störung des osmotischen Gleichgewichtes pflanzt sich so von Zelle zu Zelle fort. Die Zellen, die an die mit Wasser gefüllten Leitungsrohre grenzen, nehmen Wasser aus den Leitungsrohren auf. Dabei entsteht in den Leitungsrohren negativer Druck. Das Blatt verhält sich also tatsächlich wie die Membran in unserem Modell.

3.4. Eine mögliche Anwendung des Wassertransportmechanismus von Pflanzen

In diesem Abschnitt wollen wir zeigen, wie wir eine Pumpe zum Wassertransport verwenden können, die der Pumpe von Pflanzen nachgebaut ist. Diese haben nämlich den Vorteil gegenüber anderen Pumpen, daß sie mit Sonnenenergie betrieben werden können und Wasser in große Höhen transportieren, ohne daß sie mechanische Teile besitzen. In Abb 3.9 ist der schematische Aufbau einer solchen Pumpe zu sehen.

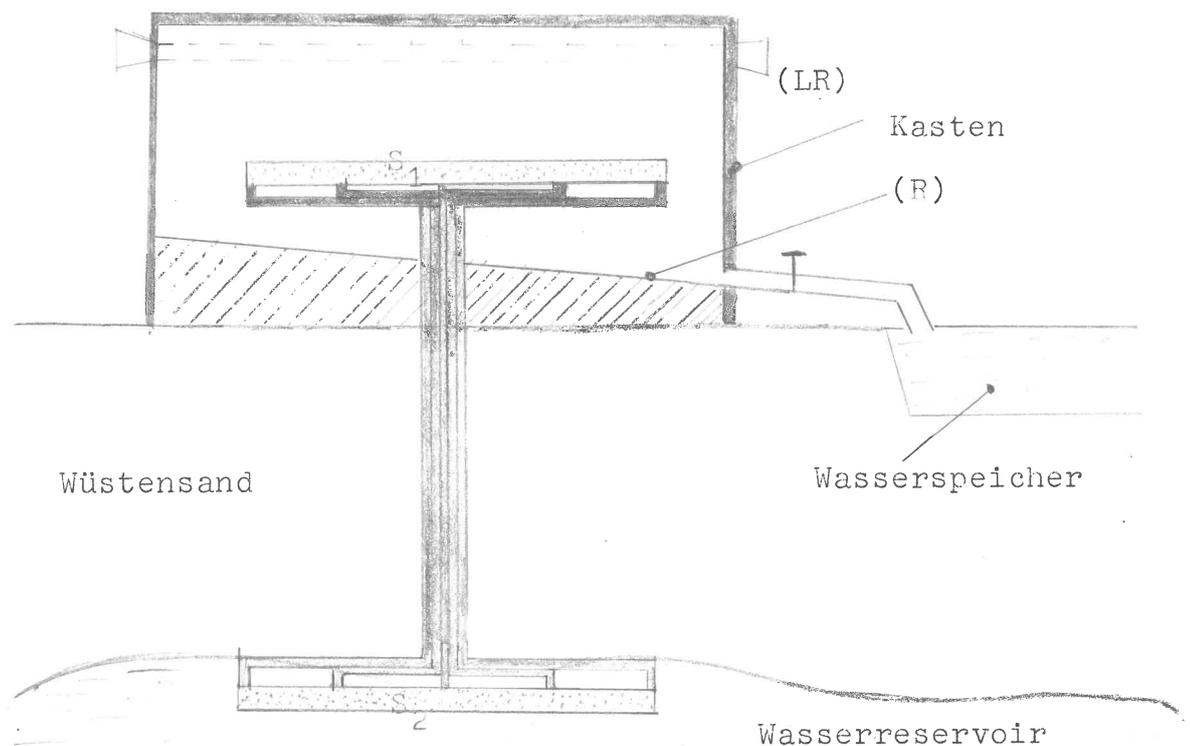


Abb 3.9

Die Pumpe besteht aus zwei Systemen, S_1 und S_2 , die durch Kapillaren verbunden sind. Die Systeme haben den in Abb 3.10 gezeigten Aufbau. In ihnen wird Zuckerwasser (Z) durch eine Membran (M) eingeschlossen, die nur für Wasser und nicht für Zucker durchlässig ist. Die Membran wird durch ein Gittergeflecht stabilisiert. An den Systemen sind Kapillaren (K) angeschlossen, in denen sich reines Wasser befindet.

Unsere Pumpe ist in einer Wüste installiert, unter der sich ein großes Wasserreservoir befindet. Dieses Wasserreservoir ist durch S_2 mit der Pumpe verbunden. Über

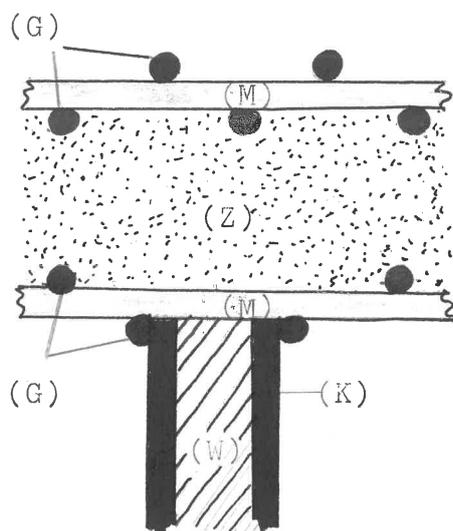


Abb 3.10

S_1 ist ein Kasten gebaut, der die Luft, die sich in dem Kasten befindet, gegenüber der Atmosphäre abschließt. Im Verlauf eines Tages steigt die Temperatur der eingeschlossenen Luft, deren relative Feuchtigkeit sich dabei vermindert. Um die relative Luftfeuchtigkeit zu vergrößern, verdunstet Wasser aus S_1 . Da abends und nachts die Temperatur der eingeschlossenen Luft fällt, wird die Luft mit Wasserdampf übersättigt und es bilden sich Wassertröpfchen, die in eine Rinne (R) fallen und zu einem Wasserbehälter fließen. Der Kasten ist mit Luftröhren (LR) durchsetzt, um einen guten Wärmekontakt mit der Außenluft zu gewährleisten. Mit dieser periodisch arbeitenden Pumpe wird tagsüber Wasser aus der Tiefe hochgezogen und nachts nach außen abgegeben. Wir wollen nun die Größenordnung der Wassermengen abschätzen, die mit einer solchen Pumpe an einem Tag gefördert werden kann. Dazu nehmen wir an, daß die Temperatur der Luft am Tag 353 K (80°C) und in der Nacht 313 K (40°C) betrage. Weiter sei die Luft bei beiden Temperaturen mit Wasserdampf gesättigt. Die Pumpe gibt dann pro Tag und pro m^3 Kastenvolumen 230 g Wasser ab. Ist die Grundfläche des Kastens ungefähr so groß wie die eines Fußballplatzes ($100\text{m} \times 70\text{m}$) und ist der Kasten 30 m hoch, dann können pro Tag etwa 50000 l Wasser gefördert werden. Mit diesem Wasser könnten z.B. Pflanzen in einer Wüste angebaut werden. Ob aber eine solche Pumpe realisierbar ist, ist weniger eine physikalische als eine technologische und wirtschaftliche Frage.

Ist die relative Luftfeuchtigkeit der Atmosphäre bei hoher Temperatur gering, droht eine Pflanze wegen zu großer Wasserabgabe zu verwelken. Pflanzen können dies verhindern, indem sie die Verdunstungsintensität durch Verkleinern der Spaltöffnungen verringern. Die relative Luftfeuchtigkeit innerhalb des Blattes steigt dabei, und somit verhindert dieser Mechanismus das Entstehen zu großen negativen Druckes in den Leitungsrohren der Pflanzen. Ist die Atmosphäre mit Wasserdampf gesättigt, verdunstet kein Wasser mehr. Alle Zellen der Blätter sind dann im osmotischen Gleichgewicht. Im Wasser der Leitungsrohre muß der negative Druck aber weiterhin aufrechterhalten bleiben, damit das Wasser nicht in die Wurzeln zurückströmt. Die dazu nötige Druckdifferenz wird ähnlich wie in der "Pfefferschen Zelle" (1.2.) durch das osmotische Gleichgewicht der Blattzellen aufrechterhalten.

4. Zusammenfassung

Die These, daß die Blätter der Pflanzen Wasser emporsaugen, wird durch zwei Argumente erhärtet, nämlich

1. daß die Existenz negativen Druckes in Wasser durch Experimente nachgewiesen werden kann, und
2. daß durch isochores Verdunsten negativer Druck in Wasser entstehen kann, der genügend groß ist, um Wasser in die höchsten Bäume zu saugen.

Bei unseren Berechnungen in 3.3. ist zu beachten, daß die dort berechneten Werte des negativen Druckes nur theoretische Werte sind, und in Pflanzen nicht auftreten werden. Unser Modell berücksichtigt nämlich nicht, daß die Blätter durch Verändern ihrer Spaltöffnungen die Größe des entstehenden negativen Druckes beeinflussen können und daß das Volumen der Leitungsröhren nur in erster Näherung konstant ist und in Wirklichkeit dem negativen Druck nachgibt.

Wir haben gesehen, daß es physikalisch möglich ist, daß der Wassertransport in Pflanzen durch das Verdunsten von Wasser aus den Blättern verursacht wird. Der Wassertransport in Pflanzen ist nur einer von mehreren Materietransporten in Pflanzen. So gibt es in allen Pflanzen Hohlräume, durch die die von der Pflanze benötigten Gase diffundieren. In einem anderen Leitungssystem werden organische Moleküle z.B. Stärke transportiert. Die Ursachen und Mechanismen dieses Transportes sind jedoch bis heute noch nicht vollständig geklärt.

5. Anhang

5.1. Das chemische Potential idealer Gase

Die Gibbsche Fundamentalform in den Variablen T, p lautet

$$(5.1) \quad d\mu(T,p) = \frac{\partial \mu(T,p)}{\partial T} dT + \frac{\partial \mu(T,p)}{\partial p} dp;$$

dabei gilt

$$(5.2) \quad \frac{\partial \mu(T,p)}{\partial T} = -s(T,p) \quad , \quad s = \frac{S}{N} = \text{molare Entropie,}$$

$$(5.3) \quad \frac{\partial \mu(T,p)}{\partial p} = v(T,p) \quad , \quad v = \frac{V}{N} = \text{molares Volumen.}$$

Für die molare Entropie in den Variablen T, p gilt

$$(5.4) \quad ds(T,p) = \frac{\partial s(T,p)}{\partial T} dT + \frac{\partial s(T,p)}{\partial p} dp .$$

Wird in (5.4) berücksichtigt, daß $c_p = T \frac{\partial s(T,p)}{\partial T}$ und $\frac{\partial s(T,p)}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(-\frac{\partial u}{\partial T} \right) = -\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial u}{\partial p} \right) = -\frac{\partial v}{\partial T}$ ist, dann folgt

$$(5.5) \quad ds(T,p) = \frac{c_p(T)}{T} dT - \frac{\partial v}{\partial T} dp.$$

Das molare Volumen idealer Gase ist gegeben durch

$$(5.6) \quad v = \frac{kT}{p}.$$

Somit ist $\frac{\partial v}{\partial T} = \frac{k}{p}$. Wird dies in (5.5) eingesetzt und integriert, so erhält man

$$(5.7) \quad s(T,p) = c_p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - k \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + s(T_0, p_0),$$

wobei $c_p(T) = c_p$ für kleine Temperaturintervalle als von T unabhängig angenommen wird.

Wird nun (5.7) in (5.2) eingesetzt und nach T bei konstantem p integriert, so folgt

$$(5.8) \quad \mu(T,p) = -c_p T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \left(\frac{c_p}{k} - \frac{s}{k}\right)k(T - T_0) + k(T - T_0) \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + \mu(T_0, p_0).$$

Wird das molare Volumen idealer Gase in (5.3) eingesetzt und bei konstanter Temperatur integriert, so erhält man

$$(5.9) \quad \mu(T,p) = kT \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + \mu(T,p_0).$$

Wird in (5.8) $\mu(T_0,p)$ durch (5.9) ersetzt, so folgt

$$(5.10) \quad \mu(T,p) = -c_p T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \left(\frac{c_p}{k} - \frac{s_0}{k}\right)k(T - T_0) + kT \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + \mu(T_0,p_0).$$

Somit ist das chemische Potential idealer Gase gegeben, wobei alle Konstanten, sowie $\mu(T_0,p_0) = h(T_0,p_0) - T_0 s_0$ in Tabellenwerken zu finden sind.

5.2. Das chemische Potential von Flüssigkeiten

Das molare Volumen der Flüssigkeit $v(T,p)$ wird um den Punkt T_0, p_0 entwickelt. Dies ergibt

$$(5.11) \quad v(T,p) = v(T_0, p_0) + \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{T_0, p_0} T + \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{T_0, p_0} p + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_{T_0, p_0} T^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial p^2}\right)_{T_0, p_0} p^2 + 2\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T \partial p}\right)_{T_0, p_0} T \cdot p + \dots$$

Als Näherung kann man für die Differentialterme in (5.11) annehmen, daß

1. das molare Volumen v bei Temperaturänderungen konstant bleibt, d.h. $\frac{\partial v}{\partial T} = 0$,
2. die Kompressibilität $\alpha = -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p}$ näherungsweise konstant ist, d.h. nicht von T und p abhängt, und daß
3. alle höheren Terme sowie alle "Kopplungsterme", die die mechanischen und die thermischen Eigenschaften der Flüssigkeit verknüpfen, den Wert null haben.

Das molare Volumen einer Flüssigkeit wird somit gegeben durch

$$(5.12) \quad v(T,p) = v_0(1 - \alpha p) \quad \text{mit } v_0 = v(T_0, p_0).$$

Wird in (5.7) berücksichtigt, daß $\frac{\partial v}{\partial T} = 0$ ist, so erhält man statt (5.8)

$$(5.13) \quad \mu(T,p) = -c_p T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \left(\frac{c_p}{k} - \frac{s_p}{k}\right)k(T - T_0) + \mu(T_0, p).$$

Wird (5.12) in (5.3) eingesetzt und dies bei konstanter Temperatur nach p integriert, so erhält man

$$(5.14) \quad \mu(T,p) = v_0\left((p - p_0) - \frac{\alpha}{2}(p^2 - p_0^2)\right) + \mu(T, p_0).$$

Aus (5.13) und (5.14) folgt nun das chemische Potential der Flüssigkeit

$$(5.15) \quad \mu(T,p) = -c_p T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \left(\frac{c_p}{k} - \frac{s_p}{k}\right)k(T - T_0) + v_0\left((p - p_0) - \frac{\alpha}{2}(p^2 - p_0^2)\right) + \mu(T_0, p_0).$$

6. Literaturverzeichnis und Quellenangabe

Zimmermann, M.H.: Trees, Structure and function,
Springer Berlin..., 1971

Slavik, B.: Methods of studying plant water relations,
Springer Berlin..., 1974

Mohr, H.: Lehrbuch der Pflanzenphysiologie,
Springer Berlin..., 2. Auflage 1975

Esau, K.: Pflanzenanatomie, Fischer Stuttgart, 1969

Falk, G.: Theoretische Physik II Thermodynamik,
Springer Berlin..., 1968

Baehr, H.D.: Thermodynamik, Springer Berlin..., 1966

Briggs, L.J.: Limiting Negative Pressure of Water,
J. appl. phys., 21, July, 1950

The Limiting Negative Pressure of Mercury
in Pyrex Glass,
J. appl. phys., 24, April, 1953

Donoghue, J.J.: The Tensile Strength of Benzene,
J. chem. phys., 19, January, 1951

Meteorologisches Institut an der Universität Karlsruhe:
Messungen der Temperatur und der relativen Luftfeuchtigkeit
in Karlsruhe in der Zeit vom 12.8.1968 bis
zum 19.8.1968.

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit bis auf
zulässige Hilfsmittel selbstständig angefertigt zu
haben.